



# Diagnostic à base de modèles non linéaires. : Application au circuit carburant d'une turbomachine

Mohcine Sifi

## ► To cite this version:

Mohcine Sifi. Diagnostic à base de modèles non linéaires. : Application au circuit carburant d'une turbomachine. Automatique / Robotique. Université de Bordeaux, 2015. Français. NNT : 2015BORD0054 . tel-01249601

**HAL Id: tel-01249601**

**<https://theses.hal.science/tel-01249601>**

Submitted on 4 Jan 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE  
POUR OBTENIR LE GRADE DE

**DOCTEUR DE**  
**L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX**

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGENIEUR  
SPÉCIALITÉ : AUTOMATIQUE, PRODUCTIQUE, SIGNAL ET IMAGE, INGENIERIE  
COGNITIVE

Par Mohcine SIFI

**DIAGNOSTIC A BASE DE MODELES NON LINEAIRES**  
**Application au circuit carburant d'une turbomachine**

Sous la direction de : Franck CAZAURANG  
(Co-encadrant : David REUNGOAT)

Soutenue le 28 mai 2015

Membres du jury :

M. Jean-Charles MARE	Professeur, INSA de Toulouse	Président
M. Jean-Marc BIANNIC	Professeur, ISAE-Supaéro, Toulouse	Rapporteur
M. Franck PLESTAN	Professeur, Ecole Centrale de Nantes	Rapporteur
M. Rachid MALTI	Professeur, Université de Bordeaux	Examineur
M. Eric LE-BORGNE	SAFRAN Turbomeca, Pau	Examineur
M. Franck CAZAURANG	Professeur, Université de Bordeaux	Directeur
M. David REUNGOAT	Maître de conférences, Université de Bordeaux	Co-encadrant

# DIAGNOSTIC A BASE DE MODELES NON LINEAIRES

## Application au circuit carburant d'une turbomachine

**Résumé :** Les systèmes de régulation des turbomoteurs actuels sont basés sur des architectures complexes que les constructeurs tendent à rendre plus modulaires avec des technologies plus économiques tout en garantissant un niveau de fiabilité supérieur ou égal. Dans ce contexte, la surveillance du circuit carburant, qui a pour but de détecter les dysfonctionnements des composants hydrauliques critiques, permet de réduire le coût de maintenance, d'améliorer le niveau de maintenabilité et d'assurer la disponibilité des turbomoteurs. La présente étude porte sur l'élaboration de méthodes de diagnostic performantes et robustes permettant la détection et la localisation des défauts impactant les fonctions hydrauliques primaires du circuit carburant. Des méthodes existantes de génération de résidus à base de modèles non linéaires sont présentées et appliquées au cas du circuit carburant. L'approche analytique pour le découplage, combinée avec des filtres de Kalman étendus, permet la structuration des résidus pour assurer la localisation des défauts. Une nouvelle approche basée sur la théorie de platitude différentielle est proposée pour le diagnostic de défauts des systèmes non linéaires avec une application au cas du circuit carburant. Les différentiateurs à modes glissants sont utilisés pour l'estimation des dérivées de signaux nécessaires à l'application de certaines méthodes de génération de résidus. Des simulations numériques illustrent la pertinence des résultats obtenus. Une application expérimentale est présentée en utilisant un jeu de données réelles issues d'un banc d'essais partiel et fournies par la société Turbomeca du groupe SAFRAN.

**Mots clés :** diagnostic, système non linéaire, découplage, estimation paramétrique, espace de parité, filtre de Kalman, platitude, différentiateur à modes glissants.

# NONLINEAR MODEL BASED DIAGNOSIS

## Application to the fuel system of a gas turbine

**Summary :** The current gas turbine regulation systems are based on complex architectures that manufacturers tend to make more modular with more cost effective technologies while ensuring a greater or equal level of reliability. In this context, the fuel system health monitoring, which aims to identify critical hydraulic components dysfunction, allows to reduce maintenance costs, to improve maintainability level and to ensure gas turbine availability. The present study focuses on the development of performant and robust diagnosis methods for the detection and isolation of faults affecting primary fuel system hydraulic functions. Existing nonlinear model based residual generation methods are presented and applied to the fuel system. The analytical approach for decoupling, combined with extended Kalman filters, helps fault isolation by generating residual structures. A new approach based on differential flatness theory is proposed for nonlinear systems fault diagnosis with an application to the fuel system. Sliding mode differentiators are used to estimate derived signals that are necessary for the application of some residual generation methods. Numerical simulations illustrate the efficiency of obtained results. An experimental application is presented using a real data set from a partial test bench provided by Turbomeca company of the SAFRAN group.

**Keywords :** diagnosis, nonlinear system, decoupling, parameter estimation, parity space, Kalman filter, flatness, sliding mode differentiator.

*A mes parents, ma sœur et mes frères.*

## Remerciements

J'adresse tout d'abord mes remerciements à la région d'Aquitaine pour son financement sans lequel cette thèse n'aurait pas eu lieu.

Je tiens à remercier chaleureusement mon directeur de thèse, monsieur Franck Cazaurang, professeur à l'université de Bordeaux, pour m'avoir accueilli au sein de son équipe et pour m'avoir accordé toute sa confiance et son soutien durant mes travaux de recherche. Je lui suis reconnaissant pour sa disponibilité, sa patience, ses critiques constructives et la qualité de son encadrement. J'ai beaucoup appris à ses côtés et je lui adresse toute ma gratitude.

Je remercie mon co-encadrant de thèse, monsieur David Reungoat, maître de conférences à l'université de Bordeaux, pour ses conseils avisés et pour le suivi et l'aide qu'il m'a apporté tout au long de ce travail.

J'exprime ma reconnaissance à messieurs Jean-Marc Biannic, professeur à l'ISAE/Supaéro à Toulouse et Franck Plestan, professeur à l'Ecole Centrale de Nantes, pour avoir accepté d'examiner mon travail et être les rapporteurs de cette thèse.

Je remercie également monsieur Jean-Charles Mare, professeur à l'INSA de Toulouse pour l'honneur qu'il m'a fait de présider le jury et l'intérêt qu'il a porté à l'examen de ce travail.

J'associe à ces remerciements mon ami monsieur Rachid Malti, professeur à l'université de Bordeaux. Plus qu'un membre du jury, il a su se montrer disponible et m'a soutenu tout au long de ce périple.

Mes remerciements s'adressent également à messieurs Philippe De-Barbeyrac et Fabien Godon, ingénieurs à SAFRAN Turbomeca, pour leur disponibilité, leurs qualités humaines et le savoir technique qu'ils m'ont transmis. Sans oublier bien sûr monsieur Eric Le-Borgne qui en plus de cela a participé au jury.

Je remercie les membres des laboratoires IMS et TREFLE que j'ai pu côtoyer et qui ont contribué de près ou de loin à ce travail. J'adresse une pensée particulière et toutes mes amitiés à Loïc Lavigne et Christophe Farges qui ont répondu présent à chacune de mes sollicitations, qu'elles soient scientifiques ou non. Un grand merci à Mathieu Moze pour sa sympathie et ses précieux conseils. Merci également à César, Alexandre, Romain et Amine pour leur bonne humeur et la bonne ambiance d'échange et de travail.

Pour finir, mes remerciements les plus profonds vont aux membres de ma famille. Je remercie du fond du cœur mes parents qui ont toujours cru en moi et sans qui je n'en serai pas là aujourd'hui. Un grand merci à ma sœur Ahlem et à mes frères Saad et Anis pour leur soutien malgré les barrières géographiques. Je pense également à ma compagne qui a su me soutenir durant les moments difficiles et être patiente au cours de ces longues années d'études.

# Table des matières

<b>REMERCIEMENTS.....</b>	<b>III</b>
<b>TABLE DES MATIERES .....</b>	<b>V</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I – ANALYSE ET MODELISATION DES FONCTIONS</b>	
<b>HYDRAULIQUES DU CIRCUIT CARBURANT.....</b>	<b>4</b>
I.1 INTRODUCTION .....	5
I.2 LE CIRCUIT CARBURANT .....	5
I.3 LES POMPES HYDRAULIQUES.....	8
I.3.1 Pompes à engrenage externe .....	10
I.3.1.1 Principe et technologie .....	10
I.3.1.2 Défauts.....	12
I.3.1.3 Modèle et paramétrisation .....	12
I.3.2 Pompes centrifuges .....	16
I.3.2.1 Principe et technologie .....	16
I.3.2.2 Défauts.....	17
I.3.2.3 Modèle et paramétrisation .....	18
I.4 LES VANNES HYDRAULIQUES .....	20
I.4.1 Système de régulation de débit .....	22
I.4.1.1 Principe et technologie .....	22
I.4.1.2 Défauts.....	24
I.4.1.3 Modèle et paramétrisation de la vanne de dosage .....	24
I.4.1.4 Modèle et paramétrisation du clapet- $\Delta P$ .....	27
I.4.2 Clapets : CS, CNA et CN.....	38
I.4.2.1 Principe et technologie .....	38
I.4.2.2 Défauts.....	38
I.4.2.3 Modèle et paramétrisation .....	39
I.4.3 Electro-clapets : ECA et ECD.....	41
I.4.3.1 Principe et technologie .....	41
I.4.3.2 Défauts.....	42

I.4.3.3	Modèle et paramétrisation .....	42
I.5	LES CONDUITES HYDRAULIQUES .....	43
I.5.1	Pertes de charge dans les conduites .....	44
I.5.2	Phénomènes dynamiques dans les conduites .....	45
I.6	LES AUTRES FONCTIONS HYDRAULIQUES .....	46
I.6.1	Modèle et paramétrisation de l'échangeur de chaleur .....	46
I.6.2	Modèle et paramétrisation du filtre à carburant .....	47
I.6.3	Modèle et paramétrisation des injecteurs .....	48
I.7	MODELES DU CIRCUIT CARBURANT POUR LE DIAGNOSTIC.....	49
I.7.1	Modèle du circuit carburant avec une dynamique du 1 <sup>er</sup> ordre du clapet- $\Delta P$ .....	51
I.7.2	Modèle du circuit carburant avec une dynamique du 4 <sup>ème</sup> ordre du clapet- $\Delta P$ .....	53
I.8	CONCLUSION.....	56
<b>CHAPITRE II – DIAGNOSTIC A BASE DE MODELES .....</b>		<b>57</b>
II.1	INTRODUCTION .....	58
II.2	RAPPELS .....	59
II.2.1	Les modèles d'état .....	59
II.2.2	Le diagnostic à base de modèles .....	61
II.2.3	La détection.....	62
II.2.4	La localisation .....	63
II.2.4.1	Les résidus structurés .....	64
II.2.4.2	Les résidus directionnels .....	66
II.3	LE PROBLEME FONDAMENTAL DE LA GENERATION DE RESIDUS .....	68
II.4	DECOUPLAGE.....	70
II.4.1	Approche analytique .....	70
II.5	LES METHODES DE GENERATION DE RESIDUS .....	75
II.5.1	Estimation paramétrique .....	75
II.5.2	Espace de parité .....	78
II.5.2.1	Systèmes linéaires à temps discret .....	79
II.5.2.2	Systèmes linéaires à temps continu .....	81
II.5.2.3	Systèmes non linéaires à temps continu .....	83
II.5.3	Observateurs.....	85
II.5.3.1	Observateur proportionnel.....	86
II.5.3.2	Observateur à entrées inconnues (UIO) .....	87



II.5.3.3	Observateurs non linéaires à grand gain ou à modes glissants.....	91
II.5.3.4	Structures de banc d'observateurs.....	96
II.5.4	Filtres de Kalman standard / Etendu .....	98
II.5.5	Nouvelle approche de génération de résidus.....	100
II.5.5.1	Platitude différentielle .....	101
II.5.5.2	Génération de résidus à base de modèles plats.....	102
II.6	DIFFERENTIEURS NUMERIQUES.....	107
II.6.1	Différentiateur à modes glissants .....	107
II.7	CONCLUSION.....	109
<b>CHAPITRE III – DIAGNOSTIC DES DEFAUTS DU CIRCUIT CARBURANT .....</b>		<b>111</b>
III.1	INTRODUCTION .....	112
III.2	VALIDATION DU MODELE DU CIRCUIT CARBURANT.....	113
III.2.1	Présentation des relevés d'essais CEPR .....	113
III.2.2	Corrélation des essais CEPR / simulation.....	115
III.2.3	Conclusion .....	119
III.3	DIAGNOSTIC AVEC UNE DYNAMIQUE DU 1 <sup>ER</sup> ORDRE DU CLAPET- $\Delta P$ .....	119
III.3.1	Détection des fuites internes par estimation paramétrique .....	120
III.3.1.1	Principe.....	120
III.3.1.2	Application numérique .....	126
III.3.1.3	Résultats expérimentaux.....	131
III.3.1.4	Nouvelle approche de détection des fuites internes .....	143
III.3.1.5	Conclusion.....	145
III.3.2	Détection et localisation des fuites externes par espace de parité.....	146
III.3.2.1	Principe.....	146
III.3.2.2	Application numérique .....	153
III.3.2.3	Conclusion.....	155
III.4	DIAGNOSTIC AVEC UNE DYNAMIQUE DU 4 <sup>EME</sup> ORDRE DU CLAPET- $\Delta P$ .....	156
III.4.1	Défauts envisagés et modélisation associée.....	156
III.4.2	Découplage et génération de résidus à base de filtres.....	158
III.4.2.1	Découplage .....	158
III.4.2.2	Génération de résidus par filtres de Kalman étendus .....	161
III.4.2.3	Application numérique .....	164
III.4.2.4	Conclusion.....	165

III.4.3	Génération de résidus à base de platitude .....	166
III.4.3.1	Principe.....	166
III.4.3.2	Application numérique .....	168
III.4.3.3	Conclusion.....	170
III.5	CONCLUSION.....	171
	<b>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>173</b>
	<b>ANNEXE A : PROPRIETES DES FLUIDES .....</b>	<b>176</b>
A.1.	MASSE VOLUMIQUE .....	176
A.2.	COMPRESSIBILITE .....	177
A.3.	VISCOSITE.....	179
A.4.	TYPE DE FLUIDE .....	180
	<b>ANNEXE B : ANALYSE DES RELEVES D'ESSAIS BANC HMU.....</b>	<b>183</b>
B.1.	ESSAIS EN FONCTIONNEMENT NOMINAL.....	183
B.2.	ESSAIS EN FONCTIONNEMENT AVEC FUTES .....	185
B.2.1.	Essais avec fuites injectées à $t = 0$ s.....	185
B.2.2.	Essais avec fuites injectées à $t = 25$ s.....	188
B.3.	CONCLUSION.....	191
	<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>192</b>

## Introduction générale

Le travail présenté dans ce mémoire résulte d'un partenariat entre le laboratoire IMS, le laboratoire TREFLE de l'I2M et la société SAFRAN Turbomeca dans le cadre du projet SYRENA (Système de Régulation Nouvelle Architecture) qui a pour but de développer un système de régulation carburant des turbomachines innovant à faible coût. Ce projet se divise en plusieurs activités dont celle de "Maintenance". L'objectif de cette activité est d'assurer la surveillance du circuit carburant et surtout de ces principaux organes (ou fonctions) en liaison avec les tâches de maintenance niveau 1 (maintenance opérationnelle exécutable moteur avionné) et niveau 2 (maintenance intermédiaire exécutable moteur déposé en atelier). Cette surveillance vise à déceler les dysfonctionnements de certaines fonctions critiques du circuit carburant, mais également de les anticiper en surveillant les dérives de leurs caractéristiques dans le but de les compenser ou d'envisager une maintenance préventive. Une meilleure caractérisation des défauts (au sens de l'automatique) permettra de mieux cibler les fonctions incriminées pour les changer sur champs et assurer la disponibilité du moteur en ne renvoyant en centre de réparation que le minimum d'accessoires. Les fonctions du circuit carburant à surveiller sont celles qui présentent un risque navigabilité et/ou un fort taux de déposes non programmées et donc un fort potentiel d'amélioration de la satisfaction client. Ces fonctions sont caractérisées par des pompes, vannes et clapets.

Dans ce contexte, l'objectif de ces travaux est de concevoir des méthodes performantes et robustes de diagnostic des défauts des fonctions hydrauliques primaires du circuit carburant. Le diagnostic de défauts est une discipline qui a pris beaucoup d'ampleur ces dernières années, particulièrement dans le monde de l'industrie. Il permet en effet d'assurer une meilleure fiabilité des systèmes physiques, de réduire les coûts de maintenance en isolant le ou les organes défectueux ou encore d'aider à la prise de décision. Par définition, un "défaut" est une modification inattendue d'une propriété ou d'un paramètre caractéristique du système surveillé par rapport au fonctionnement acceptable ou habituel. Il peut être annonciateur d'une "défaillance", à savoir l'interruption permanente de la capacité du système à accomplir sa mission, compte tenu de ses conditions de fonctionnement. Ainsi, la Détection et la Localisation de Défauts (FDI en anglais, Fault Detection and Isolation) permettent de garantir un niveau de sécurité compatibles des exigences du cahier des charges.

Les méthodes de diagnostic considérées dans ce mémoire reposent sur la connaissance d'un modèle du circuit carburant issu d'équations différentielles et basé sur la connaissance des équations physiques qui caractérisent le comportement des fonctions hydrauliques. Le modèle doit représenter au mieux le comportement réel du circuit en dépit des éléments perturbateurs extérieurs. Le comportement de la majeure partie des systèmes réels est caractérisé par des modèles non linéaires. Ces modèles sont généralement linéarisés autour d'un point d'équilibre afin de posséder des propriétés linéaires et ainsi appliquer les méthodes (linéaires) conventionnelles de diagnostic. Cependant, l'étape de linéarisation génère souvent des erreurs de modélisation qui peuvent conduire à des fausses alarmes et des non détection. Depuis les années 80, les approches non linéaires sont développées pour la surveillance de ces systèmes. Plusieurs travaux ont été réalisés sur les extensions des méthodes classiques (estimation paramétrique, espace de parité et observateurs) de diagnostic au cas des systèmes non linéaires. En parallèle, d'autres travaux présentent une autre approche basée sur le découplage d'une partie de l'état de l'effet des perturbations pour un diagnostic robuste ou le découplage de l'effet des défauts pour la localisation. En revanche, peu de travaux sont basés sur la propriété de platitude pour le diagnostic de ces systèmes. Cette propriété permet de construire, comme dans le cas de l'espace de parité, des relations de redondance analytique pour la détection et la localisation des défauts.

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire contribue à enrichir les méthodes de diagnostic des systèmes non linéaires et à les appliquer au cas concret du circuit carburant.

Ce manuscrit est divisé en trois chapitres :

Le premier chapitre a pour objet de présenter les fonctions hydrauliques qui composent le circuit carburant d'une turbomachine. Après une brève présentation du rôle et du fonctionnement du circuit, le modèle de chaque fonction hydraulique est établi et paramétré à partir des relevés d'essais expérimentaux. Deux types de pompe sont considérés comme des sources d'énergie dans le circuit, la première est une pompe centrifuge qui permet une première élévation de pression dans le but d'alimenter une seconde pompe à engrenage externe qui permet de commander et de délivrer le débit. La régulation du débit délivré est assurée par un système de régulation hydraulique composé de différentes vannes et clapets positionnés en aval des pompes. Une identification des défauts pertinents de chaque fonction est réalisée. Parmi ces défauts, nous distinguons les fuites qui sont envisagées pour l'application des méthodes de diagnostic. La dernière partie de ce chapitre est dédiée à la

présentation de deux modèles du circuit carburant utilisés pour le diagnostic. Le premier modèle est caractérisé par une dynamique du 1<sup>er</sup> ordre et le second par une dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre. Chaque modèle est représenté à l'aide de l'outil Simscape sous l'environnement Matlab/Simulink pour servir de banc de simulation lors de l'application des méthodes de diagnostic.

Dans le deuxième chapitre, nous commençons par présenter un rappel sur la modélisation des systèmes non linéaires et sur les tâches de détection et de localisation du diagnostic à base de modèles. Puis, le Problème Fondamental de la Génération de Résidus (PFGR) est posé avant de présenter l'approche analytique pour le découplage qui permet de dégager un sous espace d'état insensibles aux perturbations et/ou insensible aux défauts. Ensuite, nous détaillons différentes méthodes de génération de résidus développées dans la littérature, à savoir, l'estimation paramétrique, l'espace de parité, les observateurs et les filtres de Kalman. Pour compléter cette étude, nous proposons une nouvelle approche de génération de résidus basée sur la platitude différentielle. Enfin, une section sera consacrée aux différentiateurs numériques permettant l'estimation des dérivées utilisées dans les méthodes de diagnostic.

Le troisième chapitre est consacré à l'application des méthodes de diagnostic à base de modèles non linéaires au système du circuit carburant. D'abord, une corrélation est réalisée entre les résultats de simulation du modèle Simscape du circuit et les résultats expérimentaux (retours d'expérience de Turbomeca). Puis, quatre méthodes de diagnostic sont appliquées. La méthode par estimation paramétrique et celle utilisant l'espace de parité sont appliquées au modèle du circuit avec une dynamique du 1<sup>er</sup> ordre du clapet- $\Delta P$ . La méthode à base de filtres de Kalman étendus et de découplage et celle à base de platitude sont appliquées au modèle du circuit avec une dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre du clapet- $\Delta P$ . A partir des mesures expérimentales issues d'un banc partiel, nous appliquerons la méthode par estimation paramétrique. L'analyse des mesures expérimentales de pressions a permis de développer une nouvelle approche de détection des fuites internes de la pompe HP.

# **Chapitre I – Analyse et modélisation des fonctions hydrauliques du circuit carburant**

## **SOMMAIRE**

---

I.1	INTRODUCTION .....	5
I.2	LE CIRCUIT CARBURANT .....	5
I.3	LES POMPES HYDRAULIQUES.....	8
I.3.1	Pompes à engrenage externe .....	10
I.3.2	Pompes centrifuges .....	16
I.4	LES VANNES HYDRAULIQUES .....	20
I.4.1	Système de régulation de débit .....	22
I.4.2	Clapets : CS, CNA et CN.....	38
I.4.3	Electro-clapets : ECA et ECD.....	41
I.5	LES CONDUITES HYDRAULIQUES .....	43
I.6	LES AUTRES FONCTIONS HYDRAULIQUES .....	46
I.7	MODELES DU CIRCUIT CARBURANT POUR LE DIAGNOSTIC.....	49
I.8	CONCLUSION.....	56

---

## **I.1 Introduction**

Ce premier chapitre introduit les éléments composant le circuit carburant d'une turbomachine. Après une brève présentation du rôle et du fonctionnement du circuit carburant, les modèles de ses composants hydrauliques sont développés. Chaque modèle est paramétré à partir de relevés d'essais expérimentaux, en conformité des Cahiers des Charges Techniques (CCT) de Turbomeca. Deux types de pompe sont à considérer comme des sources d'énergie dans le circuit, la première est une pompe centrifuge qui permet une première élévation de pression dans le but d'alimenter une seconde pompe à engrenage externe qui permet de commander et de délivrer le débit. La régulation du débit délivré est assurée par un système de régulation hydraulique composé de différentes vannes et clapets positionnés en aval des pompes. Les équations dynamiques non linéaires régissant le comportement physique du système de régulation étudié sont établies. Les conduites hydrauliques et les autres fonctions hydrauliques du circuit, à savoir, l'échangeur de chaleur, le filtre à carburant et les injecteurs, sont également modélisés.

La dernière partie de ce chapitre est dédiée à la présentation de deux modèles du circuit carburant utilisés pour le diagnostic. Le premier modèle est caractérisé par une dynamique du 1<sup>er</sup> ordre et le second par une dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre. Chaque modèle est représenté à l'aide de l'outil Simscape sous l'environnement Matlab/Simulink pour servir de banc de simulation lors de l'application des méthodes de diagnostic.

## **I.2 Le circuit carburant**

Le principal rôle du circuit carburant est d'assurer l'alimentation du turbomoteur en carburant propre et dosé avec précision en l'amenant du réservoir de l'aéronef aux injecteurs de la chambre de combustion. Il doit être capable d'alimenter le moteur dans des conditions déterminées de pression, température et débit. Le circuit carburant est assemblé sur le moteur comme indiqué dans la figure I.1 à l'exception du réservoir et de la pompe de gavage. Il est connecté électriquement au calculateur EECU (Engine Electronic Control Unit), au boîtier électronique de survitesse éventuelle et à l'avionique.

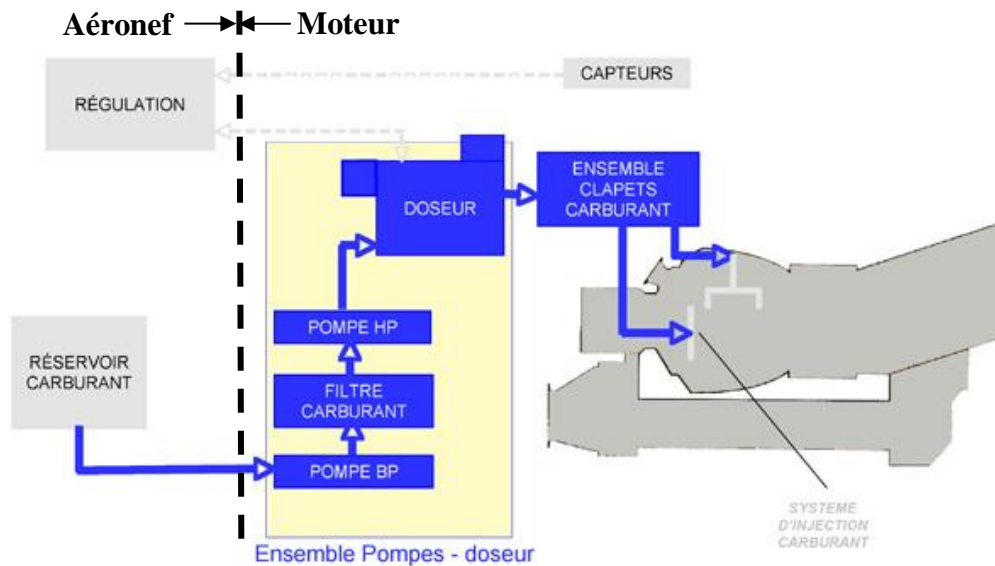


Figure I.1 – Interface aéronef / moteur (Turbomeca)

A l'aide de capteurs dédiés, des lois de régulation numérique des vitesses de rotation  $NG$  (générateur de gaz) et  $N2$  (turbine libre) sont assurées par l'EECU pour contrôler et doser le débit carburant à travers la commande automatique du doseur. A cette régulation numérique s'ajoute une régulation hydromécanique assurée par différentes vannes et clapets dans le circuit. Le schéma de la figure I.2 illustre les différents éléments (ou fonctions) hydrauliques qui composent le circuit carburant étudié. On distingue deux circuits à différentes pressions : un circuit basse-pression et un circuit haute-pression.

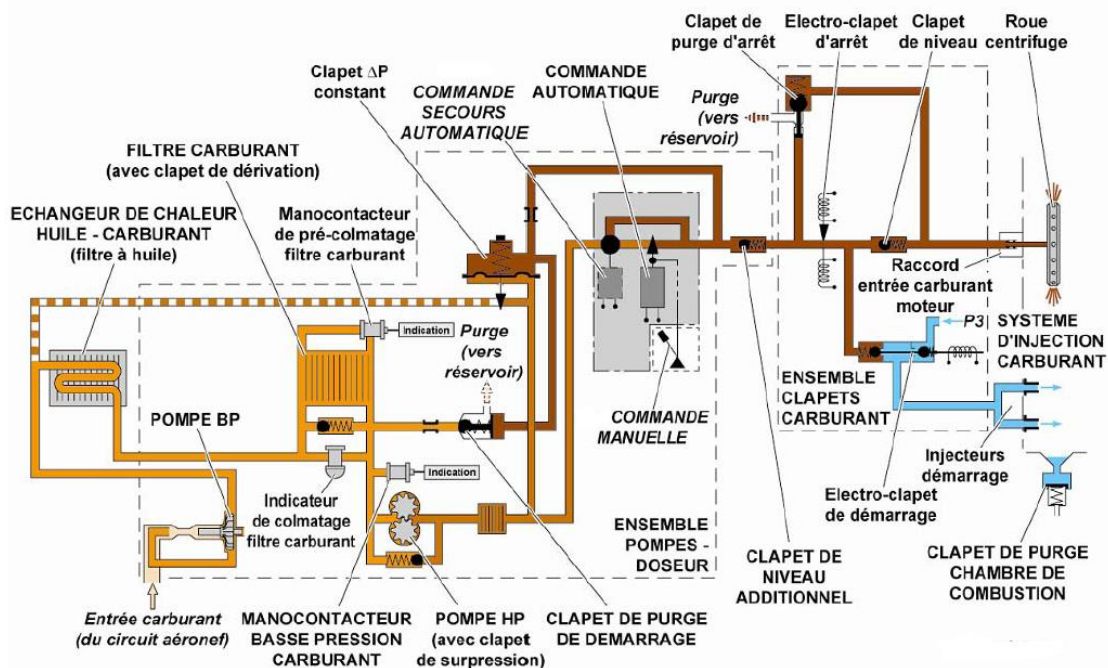


Figure I.2 – Schéma du circuit carburant (Turbomeca)



Les principales fonctions hydrauliques du circuit basse-pression sont :

- **Une pompe Basse Pression (pompe BP)** roto dynamique centrifuge, qui récupère le carburant fourni par la pompe de gavage du réservoir et assure une première élévation de pression pour éviter la cavitation de la pompe HP. La roue centrifuge de la pompe est liée à un boîtier accessoire qui est rattaché à un arbre d'entraînement et tourne à une vitesse de rotation proportionnelle à la vitesse *NG* du générateur de gaz.
- **Un échangeur de chaleur huile/carburant**, qui sert selon son positionnement dans le circuit à refroidir l'huile provenant de l'IDG (Integrating Driving Generator) ou celle du moteur et à réchauffer le carburant destiné au circuit haute pression afin d'éviter le colmatage du filtre par des cristaux de glace.
- **Un filtre carburant**, qui retient les particules solides présentes dans le carburant afin de protéger la pompe haute pression et les organes de dosage. Ce filtre est accompagné d'un clapet by-pass qui assure la transmission du carburant vers la pompe HP dans le cas d'un colmatage du filtre.

Les principales fonctions hydrauliques du circuit haute-pression sont :

- **Une pompe Haute Pression (pompe HP)** volumétrique à engrenages externes, qui assure un deuxième étage de pression et alimente le dispositif de dosage dans des conditions déterminées de pression et débit carburant. Le pignon menant de la pompe est lié à un boîtier accessoire lié à l'arbre d'entraînement et tourne à une vitesse de rotation proportionnelle à la vitesse *NG*. La pompe est accompagnée d'un clapet de surpression qui renvoie l'excès de carburant vers l'entrée de la pompe dans le cas d'une surpression. La quantité de carburant fournie par la pompe est toujours supérieure à celle requise par le moteur.
- **Un système de dosage du carburant**, composé d'une vanne de dosage et d'un clapet- $\Delta P$  constant. **La vanne de dosage du carburant**, appelée FMV (Fuel Metering Valve), est actionnée au moyen d'un mécanisme mécanique (crémaillère et engrenage) par un moteur pas à pas qui reçoit un signal de commande électrique issu du calculateur. La position du moteur en degré appelée "résolveur" est transmise à l'aide d'un capteur au calculateur. **Le clapet- $\Delta P$  constant** renvoie en sortie de la pompe BP l'excès de carburant fourni par la pompe HP par rapport à la consigne délivrée par le calculateur. Ce clapet maintient une différence de pression constante entre l'entrée et la sortie du doseur en ouvrant plus ou moins le circuit de retour carburant vers la sortie

de la pompe BP. Le maintien d'une différence de pression constante permet de réguler le débit carburant en fonction de l'ouverture de la section de passage du doseur.

Le système de dosage peut parfois comporter un système de secours composé d'un clapet by-pass commandé électriquement par un calculateur de secours au moyen d'un actionneur électrique.

- **Un clapet de niveau additionnel (CNA)** qui se déclenche pour une valeur seuil. Ainsi le carburant est sous pression avant son arrivée au clapet- $\Delta P$  assurant la pression minimale nécessaire pour son bon fonctionnement aux faibles régimes de rotation du moteur.
- **Un électro-clapet d'arrêt (ECA)** permettant d'arrêter l'alimentation en carburant du système d'injection durant la phase d'arrêt du moteur.
- **Un électro-clapet de démarrage (ECD)** permettant d'alimenter les injecteurs de démarrage en carburant jusqu'à une vitesse de rotation  $NG$  de 45%. Au-delà de cette valeur, il permet la ventilation des injecteurs de démarrage avec de l'air en sortie du compresseur à pression  $P3$ .
- **Un clapet de niveau (CN)**, qui assure la priorité du flux du carburant vers les injecteurs de démarrage durant la phase de démarrage du moteur.
- **Une rampe ou roue d'injection (selon technologie) et des injecteurs de démarrage**, qui assurent une pulvérisation fine du carburant dans la chambre de combustion.

De plus, le circuit carburant comporte des conduites hydrauliques (tuyauteries) rigides de sections circulaires en acier inoxydable. Elles assurent la circulation et la transmission du carburant entre les différents éléments du circuit.

Le clapet de purge d'air au démarrage et le clapet de purge d'arrêt ne sont pas considérés dans cette étude.

La modélisation et la paramétrisation des différentes fonctions hydrauliques citées plus haut dépendent des caractéristiques du fluide qu'elles véhiculent. Ces caractéristiques ainsi que le modèle du type de carburant utilisé sont présentés en annexe A.

### I.3 Les pompes hydrauliques

Les pompes hydrauliques jouent le rôle de sources d'énergie dans un circuit hydraulique. Elles permettent de convertir l'énergie mécanique qui leur est fournie par l'arbre de rotation en énergie hydraulique. Cette conversion se fait en deux étapes : l'aspiration et le refoulement.

L'aspiration est l'action mécanique qui crée un vide partiel à l'entrée de la pompe, permettant à la pression, dans le réservoir, de forcer le fluide à traverser la conduite d'aspiration ou d'alimentation reliant le réservoir à la pompe. Certaines pompes n'arrivent pas à créer un vide suffisant pour s'alimenter dans le cas où le réservoir est situé au-dessous de celles-ci. De ce fait, lors de leur utilisation, on veillera à ce qu'elles soient en charge. Pour ce faire, on utilise dans certains hélicoptères une seconde pompe, dite "pompe de gavage", qui a pour rôle d'alimenter la première. Le refoulement se traduit par l'expulsion du fluide hors de la pompe, soit par la réduction du volume de la chambre le contenant, soit par addition forcée de volumes dans une chambre à capacité constante ou par centrifugation. La pression relevée au refoulement d'une pompe s'établit en fonction de résistances qui vont s'opposer au flux débité par la pompe. Elles ont pour origine le frottement du fluide sur les canalisations, raccords et organes du circuit, ainsi que la charge extérieure au circuit (charge utile et frottement mécanique).

Les caractéristiques des pompes sont fournies par les constructeurs en fonction du débit pour des conditions données (nature du fluide, vitesse de rotation...). Elles dépendent du type de pompe et de ses dimensions géométriques. Les caractéristiques généralement fournies sont la hauteur manométrique totale (HMT), la puissance absorbée par la pompe, le rendement et le NPSH (Net Positive Suction Head) requis ou hauteur de charge nette absolue requise. Le choix du type de pompe est basé sur les valeurs de la HMT. Le NPSH requis permet en fonction des caractéristiques du circuit d'aspiration de connaître la valeur limite de débit avec laquelle la pompe peut fonctionner sans risque de cavitation. Le rendement permet l'identification de la gamme de débit où le fonctionnement de la pompe est le plus efficace. La puissance consommée pour un débit donné permet de connaître le coût de fonctionnement de la pompe. Plus de détails sur ces grandeurs caractéristiques sont fournis dans l'ouvrage de Bouveret [1].

Pour répondre à toutes les applications industrielles, plusieurs types de pompe ont été mises au point. On peut toutefois regrouper toutes ces pompes sous deux grandes familles : les pompes volumétriques et les pompes non volumétriques.

Les pompes hydrauliques volumétriques, associées dans notre étude aux pompes HP, ont pour caractéristique de fournir une très faible variation de débit pour une gamme de pressions étendue au regard de notre étude. Nous dirons qu'elles permettent de commander le débit. L'orifice d'admission est séparé de celui de refoulement par des pièces mécaniques rigides. Cela confère l'aptitude à délivrer un débit à des pressions élevées. Pour ce type de pompe, la

cylindrée et la vitesse de rotation fixent en général la valeur du débit pompé. Il existe plusieurs types de pompe hydraulique volumétrique. On peut citer par exemple, les pompes à engrenages, les pompes à palettes, les pompes à pistons axiaux et à pistons radiaux.

Les pompes hydrauliques non volumétriques, associées dans notre étude aux pompes BP, ont pour caractéristique de fournir une très faible variation de pression pour une gamme de débits étendue au regard de notre étude. Nous dirons qu'elles permettent de commander la pression. Contrairement aux pompes volumétriques, Contrairement aux pompes volumétriques, une ligne de fluide continue existe entre les deux orifices. Ces pompes sont donc utilisées uniquement dans des circuits à basses pressions dans le but d'augmenter la pression du fluide. Ces pompes fonctionnent suivant le principe d'une mise en rotation du fluide à pomper dans une roue tournant à grande vitesse. Il existe plusieurs types de pompe hydraulique non volumétrique comme par exemple, les pompes centrifuges (radiales), les pompes à hélice (axiales) et les pompes hélico centrifuges (semi-radiale).

Dans le cadre de notre étude, les conditions de fonctionnement du circuit carburant nécessitent l'emploi d'une pompe à engrenage externe à denture droite et une pompe centrifuge. Dans ce qui suit, les caractéristiques de fonctionnement de ces pompes sont analysées et les modèles correspondants sont présentés.

### **I.3.1 Pompes à engrenage externe**

#### **I.3.1.1 Principe et technologie**

Les pompes à engrenage externe comportent une roue (ou pignon) dentée menante et une roue dentée menée. Ces roues tournent en sens opposé en s'engrenant l'une dans l'autre comme indiqué dans la figure I.3. En face de l'orifice d'aspiration, les deux roues dentées se séparent en créant un vide partiel comblé par le fluide provenant de la conduite d'aspiration. Le fluide est ensuite transporté par les alvéoles formées par le creux des dents et le corps de la pompe pour être évacué vers l'orifice de refoulement, au fur et à mesure que les dents se réengagent.

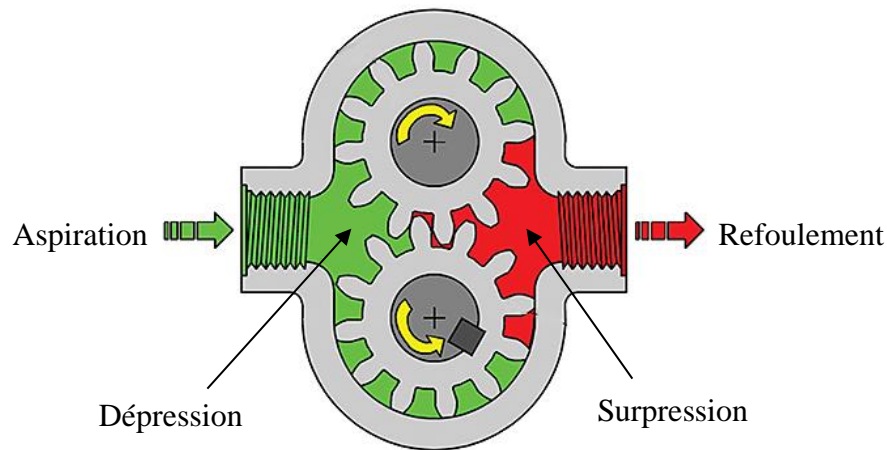


Figure I.3 – Schéma d'une pompe à engrenage externe

La figure I.4 montre une vue éclatée d'une pompe à engrenage externe, sur laquelle on distingue les flasques qui assurent l'étanchéité axiale de la pompe en empêchant le fluide de fuir par les côtés des alvéoles.

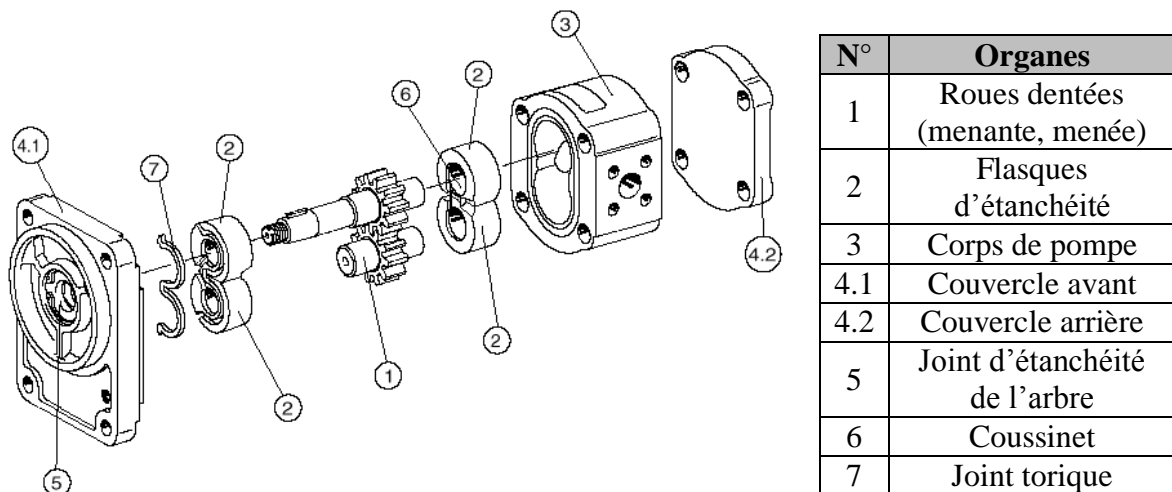


Figure I.4 – Vue éclatée d'une pompe à engrenage externe (Turbomeca)

Le tableau I.1 présente la gamme de travail de la pompe à engrenage externe utilisée dans cette étude, ainsi que ses avantages et inconvénients.

Gamme de travail		Avantages	Inconvénients
Grandeur	Valeur		
Vitesse de rotation max	4 000 à 12 000 tr/min	<ul style="list-style-type: none"> <li>Simple et connue</li> <li>Robuste</li> <li>Bon rendement volumétrique</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Rendement mécanique modéré</li> </ul>
Pression de sortie max	8 000 kPa		
Débit max	600 à 1 800 l/h		

Tableau I.1 – Caractéristiques de la pompe HP

### I.3.1.2 Défauts

Les défauts majeurs d'une pompe sont principalement dus au facteur humain, tel que le non-respect des consignes d'utilisation et d'entretien ou une mauvaise installation [2]. La cause la plus importante concerne l'utilisation d'un fluide impropre ou de mauvaise qualité. Le tableau I.2 présente les causes et conséquences des défauts pertinents de la pompe HP. Ces défauts ont été identifiés à partir de l'AMDEC (Analyse des modes de défaillance, de leurs effets et de leur criticité) issu des retours d'expériences de Turbomeca.

Défauts	Causes	Conséquences
Fuite externe	Dégradation des parois, paliers ou joints d'étanchéité	Perte de pression et de débit en sortie pompe
	Aspiration d'air dans la conduite d'aspiration ou la conduite de drainage ou autour de l'arbre d'entraînement	Perte de pression et de débit en sortie pompe, bruit excessif et arrachement de matière au niveau du refoulement
	Usure de l'arbre d'entraînement	Perte de pression et de débit en sortie pompe
Fuite interne	Usure des dents	Baisse du rendement volumétrique et perte de débit en sortie pompe
	Frottement sec interne (composants internes trop serrés)	Augmentation de la température, baisse du rendement volumétrique et perte de débit en sortie pompe
Vieillissement	Dégradation progressive des composants de la pompe dans le temps	Bruit excessif de la pompe, perte de pression et de débit en sortie pompe (progressive dans le temps)
	Carburant impropre (viscosité non conforme), inadéquat (mauvais type, sale) ou contaminé (présence de substances étrangères)	Perte de pression et de débit en sortie pompe, bruit excessif

Tableau I.2 – Défauts pertinents de la pompe HP

### I.3.1.3 Modèle et paramétrisation

La pompe à engrenage externe à denture droite, dont les caractéristiques (figure I.5) sont exprimées dans le tableau I.3, est caractérisée par son débit théorique moyen  $Q_{moy}$  de l'équation (I.1) obtenu par étude du profil de dent en développante de cercle [3] [4] [5].

$$Q_{moy} = hr_p b \omega \left[ 1 + \frac{1}{z} - \frac{\pi^2 \cos^2 \alpha}{12z} + \frac{\cos^2 \alpha}{z} \cos(z\omega t) \right] \quad (I.1)$$

Ce débit correspond au volume balayé par deux hauteurs de tête d'une dent par unité de temps pour une vitesse de rotation  $\omega$  donnée.

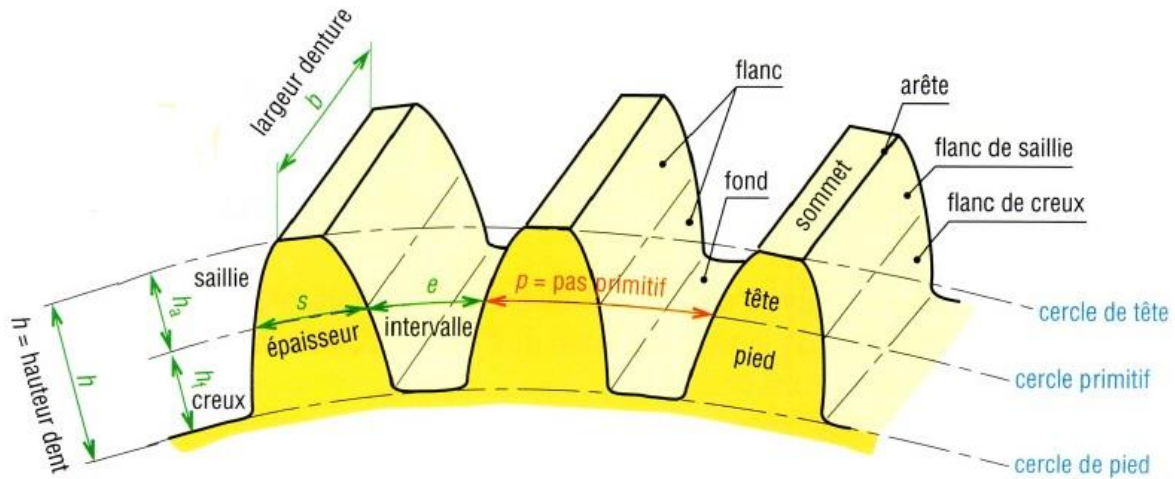


Figure I.5 – Schéma détaillé des caractéristiques d'une denture droite

Symbole	Désignation	Formule
b	Largeur de dent	$b = k.m \ (5 \leq k \leq 16)$
$d_a$	Diamètre de tête	$d_a = d_p + 2.m$
$d_f$	Diamètre de pied	$d_f = d_p - 2,5.m$
$d_p$	Diamètre primitif	$d_p = m.z$
h	Hauteur de denture	$h = 2,25.m$
$h_a$	Hauteur de saillie	$h_a = m$
$h_f$	Hauteur de creux	$h_f = 1,25.m$
m	Module	-
p	Pas primitif	$p = \pi.m$
$r_p$	Rayon primitif	$r_p = d_p / 2$
z	Nombre de dents	-

Tableau I.3 – Caractéristiques d'une denture droite

Le terme  $\frac{\cos^2 \alpha}{z}$  dans l'équation (I.1) est appelé coefficient d'irrégularité de débit par pulsation fondamentale  $z\omega$ . Les termes entre crochets, excepté le premier, de l'équation (I.1) peuvent être négligés [4] [5] pour obtenir le débit théorique moyen simplifié de l'équation (I.2).

$$Q_{théorique} = h r_p b \omega \quad (I.2)$$

Ou encore:

$$Q_{théorique} = C_y . \omega \quad (I.3)$$

où  $C_y$  est la cylindrée fixe de la pompe en  $m^3/rad$ .

La pompe à engrenage externe possède des pièces mobiles internes. Pour que ces pièces puissent se déplacer, il faut nécessairement leur assurer un jeu minimal. A cause de ce jeu, il se produit lors du fonctionnement de la pompe des fuites entre les interstices des pièces mobiles. L'espace disponible tend à s'amplifier à mesure que la pompe prend de l'âge et s'use. Les pertes volumétriques augmentent donc en fonction de l'usure de la pompe. Il en résulte un plus faible rendement volumétrique. A cause des fuites volumétriques, appelées aussi fuites internes, le débit réel fourni par une pompe est inférieur au débit théorique. Cela peut être exprimé à l'aide du rendement volumétrique  $\eta_V$  de la pompe, donné par l'équation (I.4), qui caractérise le rapport entre le débit réellement fourni par la pompe et le débit théorique.

$$\eta_V = \frac{Q_{réel}}{Q_{théorique}} \quad (I.4)$$

En prenant en considération les fuites internes de la pompe, le débit réel délivré par celle-ci est exprimé par :

$$Q_{HP} = Q_{réel} = Q_{théorique} - Q_f = Cy \cdot \omega \cdot \eta_V \quad (I.5)$$

D'où l'expression du débit de fuites internes décrit par :

$$Q_f = Cy \cdot \omega \cdot (1 - \eta_V) \quad (I.6)$$

En supposant que le débit de fuites internes est proportionnellement linéaire à la pression différentielle  $\Delta P_{HP}$  de la pompe pour un écoulement laminaire, il peut être exprimé selon la loi de Hagen-Poiseuille par :

$$Q_f = \frac{k_{HP}}{\mu} \Delta P_{HP} = \frac{\pi d^4}{128 \mu L} \Delta P_{HP} \quad (I.7)$$

où  $k_{HP}$  est le coefficient de Hagen-Poiseuille,  $\mu$  est le coefficient de viscosité dynamique et  $d, L$  sont les paramètres géométriques équivalents du passage de fuites internes.

A partir des données du constructeur, le débit de fuite peut être déterminé selon l'équation (I.7) pour une vitesse de rotation de référence  $\omega_{réf_{HP}}$ , une pression différentielle de référence  $\Delta P_{HP_{réf}}$  de la pompe et une viscosité cinématique de référence  $\nu_{réf_{HP}}$  du carburant. Nous obtenons ainsi l'équation (I.8) permettant de déterminer le coefficient de fuite interne :

$$k_f = \frac{k_{HP}}{\mu} = \frac{Cy \cdot \omega_{réf_{HP}} \cdot (1 - \eta_V) \nu_{réf_{HP}}}{\Delta P_{HP_{réf}} \nu} \quad (I.8)$$



avec :  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ .

L'équation (I.5) peut être réécrite sous la forme de l'équation (I.9).

$$Q_{HP} = Cy \cdot \omega - k_f \Delta P_{HP} \quad (I.9)$$

Durant le fonctionnement de la pompe, les pièces mobiles internes se déplacent par rapport à des pièces fixes. Le jeu qui existe entre ces pièces est rempli de fluide, ce qui assure une lubrification des pièces en mouvement. Le fluide compris dans ces interstices est soumis à des forces de cisaillement sous l'effet du déplacement des pièces. Le fluide, de par sa viscosité, s'oppose au cisaillement générant des frottements visqueux. Les pièces mobiles internes sont également soumises à des forces engendrées par la pression du fluide, ce qui génère du frottement dynamique. Le couple réel fourni à une pompe volumétrique doit donc être suffisamment élevé pour entraîner la pompe et pour vaincre les forces de frottement. Le rendement mécanique représente le pourcentage du couple qui est réellement utilisé par la pompe pour mettre le fluide sous pression. Ce rendement, noté  $\eta_m$ , est exprimé dans l'équation (I.10) en fonction de la cylindrée  $Cy$ , du couple  $C_{HP}$  (couple transmis par l'arbre de rotation de la pompe) et de la pression différentielle de la pompe.

$$\eta_m = \frac{Cy \cdot \Delta P_{HP}}{C_{HP}} \quad (I.10)$$

Le rendement total d'une pompe hydraulique tient compte à la fois des pertes volumétriques et des pertes mécaniques. Ce rendement, noté  $\eta_t$ , est fourni par le produit du rendement volumétrique et du rendement mécanique ou encore par le rapport de la puissance de sortie (ou puissance hydraulique) de la pompe sur sa puissance d'entrée (ou puissance mécanique), comme indiqué dans l'équation (I.11).

$$\eta_t = \eta_v \cdot \eta_m = \frac{\Delta P_{HP} \cdot Q_{HP}}{C_{HP} \cdot \omega} \quad (I.11)$$

La paramétrisation de la pompe HP s'est basée sur les relevés d'essais expérimentaux des cahiers des charges techniques (CCT) fournis par Turbomeca. A partir de la table de données  $Q_{HP} = f(\Delta P_{HP})$  issue de la moyenne des relevés d'essais des CCT pour une vitesse de rotation  $\omega_{réf_{HP}} = 12477 \text{ tr/min}$  et une viscosité cinématique  $\nu_{réf_{HP}} = 1.644 \text{ cSt}$ , nous avons tracé dans la figure I.6 la courbe d'évolution du débit en fonction de la pression différentielle de la pompe.

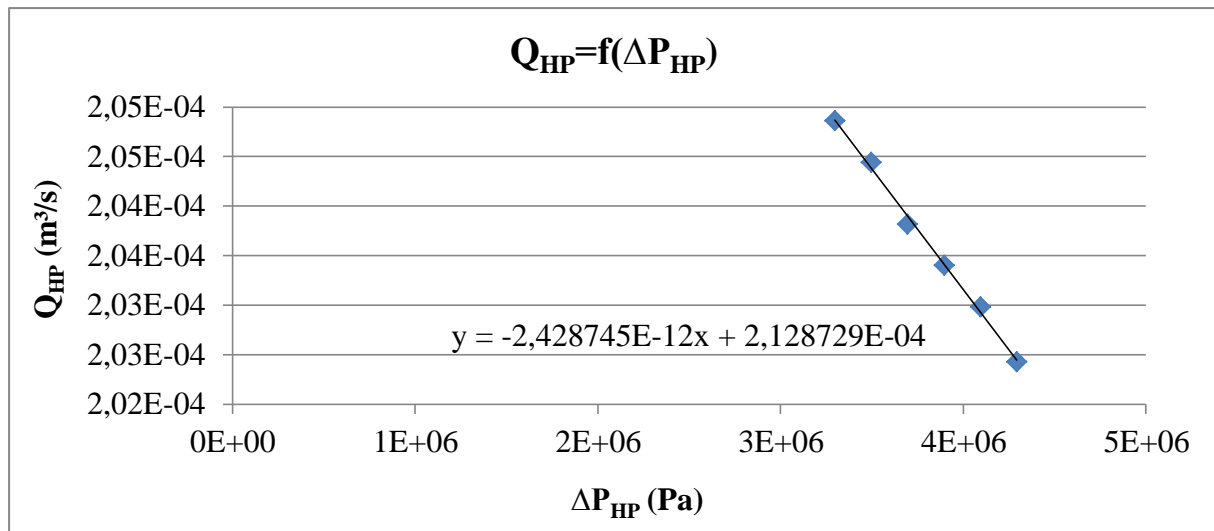


Figure I.6 – Courbe de performance  $Q_{HP} = f(\Delta P_{HP})$  de la pompe HP pour  $\omega_{réf_{HP}}$  et  $v_{réf_{HP}}$

Une régression linéaire est appliquée à cette courbe afin d'obtenir une équation linéaire conforme à l'équation (I.9). Par correspondance, nous avons identifié les paramètres caractéristiques de la pompe HP dans le tableau I.4.

Paramètres	Désignations	Valeurs
$Cy$	Cylindrée	$0,16 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{rad}$
$k_f^{nom}$	Coefficient nominal de fuite interne	$2,42 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3/\text{s.Pa}$
$\eta_v$	Rendement volumétrique	0,9486
$\eta_m$	Rendement mécanique	0,7024
$\eta_t$	Rendement total	0,6663

Tableau I.4 – Paramètres caractéristiques de la pompe HP pour  $\omega_{réf_{HP}}$  et  $v_{réf_{HP}}$ .

Le rendement volumétrique a été déterminé à l'aide de l'équation (I.8) pour une pression différentielle  $\Delta P_{HP_{réf}} = 4500 \text{ kPa}$ , égale à la pression différentielle moyenne des relevés d'essais des CCT. Le rendement mécanique a été déterminé par interpolation (pour les valeurs nominales  $\omega_{réf_{HP}}$  et  $\Delta P_{HP_{réf}}$ ) à partir de la table de données  $\eta_m = f(\omega, \Delta P_{HP})$  issue des CCT. Le rendement total est calculé à l'aide de l'équation (I.11).

## I.3.2 Pompes centrifuges

### I.3.2.1 Principe et technologie

La pompe centrifuge schématisée dans la figure I.7 est principalement constituée [6] [7] d'une roue à aubes (rotor) tournant autour de son axe, d'un distributeur dans l'axe de la roue et d'un collecteur de section croissante, en forme de spirale appelée volute. Le fluide arrive dans l'axe

de l'appareil par le distributeur et la force centrifuge le projette vers l'extérieur de la turbine. Il acquiert une grande énergie cinétique qui se transforme en énergie de pression dans le collecteur où la section est croissante. L'utilisation d'un diffuseur (roue à aubes fixe) à la périphérie de la roue mobile (entre le rotor et la volute) permet une amélioration du rendement de la pompe par diminution de la perte d'énergie. Parfois, la pompe peut être équipée d'un éjecteur en entrée de roue permettant d'améliorer l'efficacité d'aspiration. Le débit pompé est essentiellement fonction de la différence de pression entre aspiration et refoulement, de la vitesse de rotation de la roue et du diamètre de la roue.

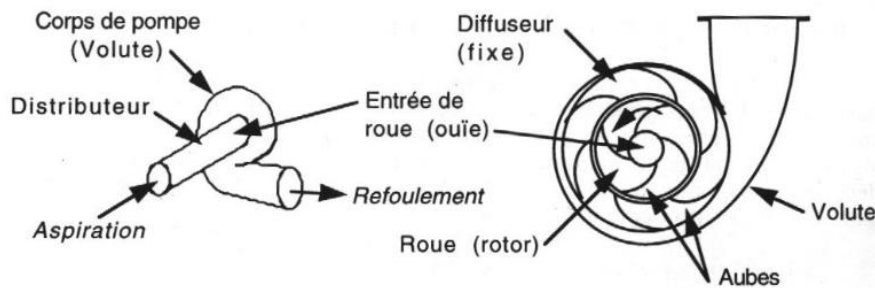


Figure I.7 – Schéma d'une pompe centrifuge.

Le tableau I.5 présente la gamme de travail de la pompe centrifuge utilisée dans cette étude, ainsi que ses avantages et inconvénients.

Gamme de travail		Avantages	Inconvénients
Grandeur	Valeur		
Vitesse de rotation max	12 000 à 24 000 tr/min	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mise en pression élevée</li> <li>Bonnes capacités d'aspiration</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Non auto-amorçant</li> <li>Rouet difficile à modifier</li> </ul>
Pression d'entrée min	25% $P_{atm}$		
Pression de sortie max	1 000 kPa		
Débit max	800 l/h		

Tableau I.5 – Caractéristiques de la pompe BP.

### I.3.2.2 Défauts

Le tableau I.6 présente les causes et conséquences des défauts pertinents de la pompe BP. Ces défauts ont été identifiés à partir de l'AMDEC (Analyse des modes de défaillance, de leurs effets et de leur criticité) issu des retours d'expériences de Turbomeca.

Défauts	Causes	Conséquences
Fuite externe	Dégradation de la structure ou des joints d'étanchéité	Perte de pression en sortie pompe
	Aspiration d'air dans la conduite d'aspiration ou la conduite de drainage ou autour de l'arbre d'entraînement	Perte de pression en sortie pompe, bruit excessif
	Usure de l'arbre d'entraînement	Perte de pression en sortie pompe
Fuite interne	Dégradation de la liaison mécanique entre la roue et l'arbre d'entraînement	Perte de pression en sortie pompe d'environ 50 à 80%
	Mauvais positionnement de l'éjecteur, gicleur de l'éjecteur décollé ou desserré	Perte de pression en sortie pompe d'environ 10 à 20%
Vieillessement	Dégradation progressive des composants de la pompe dans le temps	Bruit excessif de la pompe, perte de pression en sortie pompe (progressive dans le temps)
	Carburant impropre (viscosité non conforme), inadéquat (mauvais type, sale) ou contaminé (présence de substances étrangères)	Perte de pression en sortie pompe, bruit excessif

Tableau I.6 – Défauts pertinents de la pompe BP.

### I.3.2.3 Modèle et paramétrisation

Le calcul des caractéristiques de débit et pression des pompes centrifuges s'effectue par l'analyse dimensionnelle et par le théorème d'Euler [4]. Ce calcul est détaillé dans l'ouvrage dédié aux pompes centrifuges par Gülich [7]. Dans cette étude, la pompe BP est modélisée par une simple table de données  $\Delta P_{BPref} = f(Q_{BPref})$  définie pour une vitesse de rotation  $\omega_{ref_{BP}} = 12\,477\,tr/min$  et une masse volumique  $\rho_{ref_{BP}} = 796,449\,Kg/m^3$  de référence. Les valeurs de cette table de données sont issues de la moyenne des relevés d'essais expérimentaux des cahiers des charges techniques (CCT) fournis par Turbomeca. La courbe de performance correspondante est tracée dans la figure I.8.

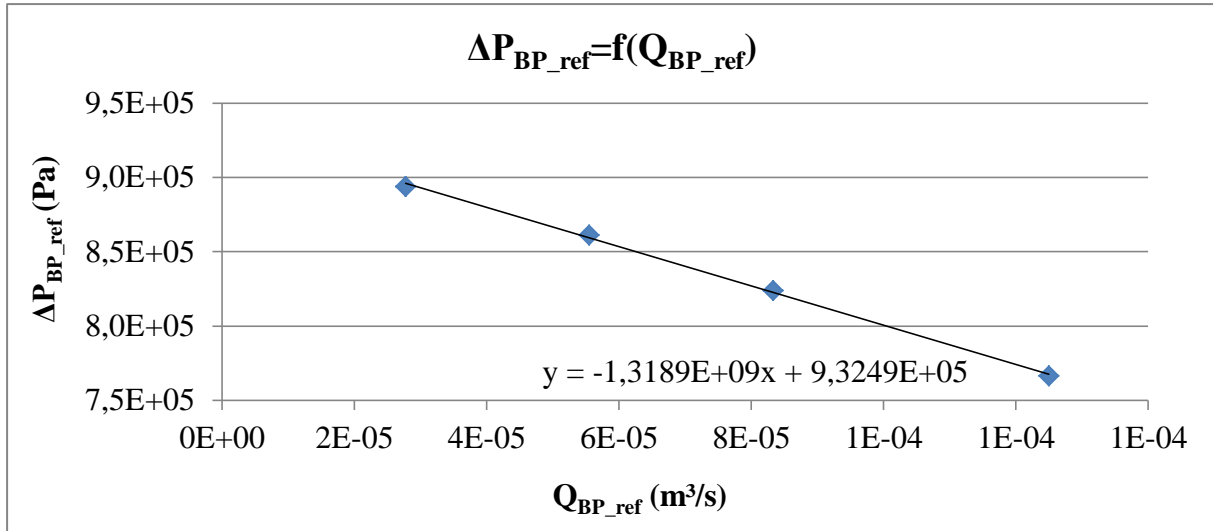


Figure I.8 – Courbe de performance  $\Delta P_{BP\_ref} = f(Q_{BP\_ref})$  de la pompe BP pour  $\omega_{ref\_BP}$  et  $\rho_{ref\_BP}$ .

En appliquant une régression linéaire à la courbe de la figure I.8, nous obtenons l'équation linéaire (I.12) caractérisant l'évolution de la pression différentielle de référence en fonction du débit de référence de la pompe.

$$\Delta P_{BP\_ref} = 9,3249 \cdot 10^5 - 1,3189 \cdot 10^9 Q_{BP\_ref} \quad (I.12)$$

Les pompes centrifuges vérifient des lois dites « lois de similitude » [7] [8] [9] qui à partir d'une courbe caractéristique établie pour une vitesse de rotation  $\omega_{ref\_BP}$  de la roue de la pompe et pour un fluide de masse volumique  $\rho_{ref\_BP}$  permettent d'obtenir la courbe caractéristique pour une vitesse de rotation  $\omega$  quelconque et/ou un fluide de masse volumique  $\rho$  quelconque. Ces lois de similitude permettent d'établir les équations (I.13), (I.14) et (I.15).

$$Q_{BP} = Q_{BP\_ref} \frac{\omega}{\omega_{ref\_BP}} \quad (I.13)$$

$$\Delta P_{BP} = \Delta P_{BP\_ref} \left( \frac{\omega}{\omega_{ref\_BP}} \right)^2 \frac{\rho}{\rho_{ref\_BP}} \quad (I.14)$$

$$P_{BP} = P_{BP\_ref} \left( \frac{\omega}{\omega_{ref\_BP}} \right)^3 \frac{\rho}{\rho_{ref\_BP}} \quad (I.15)$$

Si on connaît pour une vitesse  $\omega_{ref\_BP}$  et un fluide de masse volumique  $\rho_{ref\_BP}$ , le débit  $Q_{BP\_ref}$ , la pression différentielle  $\Delta P_{BP\_ref}$  et la puissance absorbée  $P_{BP\_ref}$ , on sait qu'il existe deux courbes caractéristiques ( $\Delta P_{BP}$  en fonction de  $Q_{BP}$  et  $P_{BP}$  en fonction de  $Q_{BP}$ ) pour la

vitesse  $\omega$  et un fluide de masse volumique  $\rho$  telles que les points définis par les coordonnées  $(Q_{BP}, \Delta P_{BP})$  et  $(Q_{BP}, P_{BP})$  en soient respectivement éléments. On peut ainsi reconstruire point par point les caractéristiques pour la vitesse de rotation  $\omega$  et la masse volumique  $\rho$  en prenant différents points des caractéristiques établies pour la vitesse  $\omega_{ref_{BP}}$  et la masse volumique  $\rho_{ref_{BP}}$ .

En remplaçant l'expression des équations (I.13) et (I.14) dans l'équation (I.12), on obtient l'équation (I.16) caractérisant l'évolution de la pression différentielle en fonction du débit, de la vitesse de rotation et de la masse volumique.

$$\Delta P_{BP} = \left( 9,3249 \cdot 10^5 - 1,3189 \cdot 10^9 \left( \frac{\omega_{ref_{BP}}}{\omega} \right) Q_{BP} \right) \left( \frac{\omega}{\omega_{ref_{BP}}} \right)^2 \frac{\rho}{\rho_{ref_{BP}}} \quad (I.16)$$

**Remarque I.1 :**

*Dans cette étude, les paramètres mécaniques (rendement et puissance mécanique) de la pompe ne sont pas pris en compte car nous ne disposons pas de données expérimentales pour les identifier.*

## I.4 Les vannes hydrauliques

Les vannes de commande hydrauliques peuvent être classées selon leur fonction [10]. On distingue 3 catégories principales de fonctionnement : les distributeurs (directional-control valves), les limiteurs de pression (pressure-control valves) et les vannes de régulation de débit (flow-control valves). Les distributeurs permettent ou empêchent la circulation du fluide à travers des orifices de passage présélectionnés. Les limiteurs de pression maintiennent ou limitent la pression dans un circuit à un niveau spécifique. Les vannes de régulation de débit régulent continuellement le débit du fluide dans le circuit hydraulique.

La configuration des vannes de régulation de débit varie [10] de la plus simple vanne à 2 voies telle que la vanne à pointeau (needle valve), la vanne à siège (globe valve) ou la vanne papillon (butterfly valve) à la plus complexe vanne à compensation de pression à section fixe ou variable (pressure-compensated flow control valve). Cette dernière, schématisée dans la figure I.9, utilise la fonction « balance de pression » afin de maintenir une perte de charge constante aux bornes de l'orifice de dosage. Le débit à travers l'orifice est alors directement proportionnel à la section de l'orifice indépendamment de la pression d'alimentation.

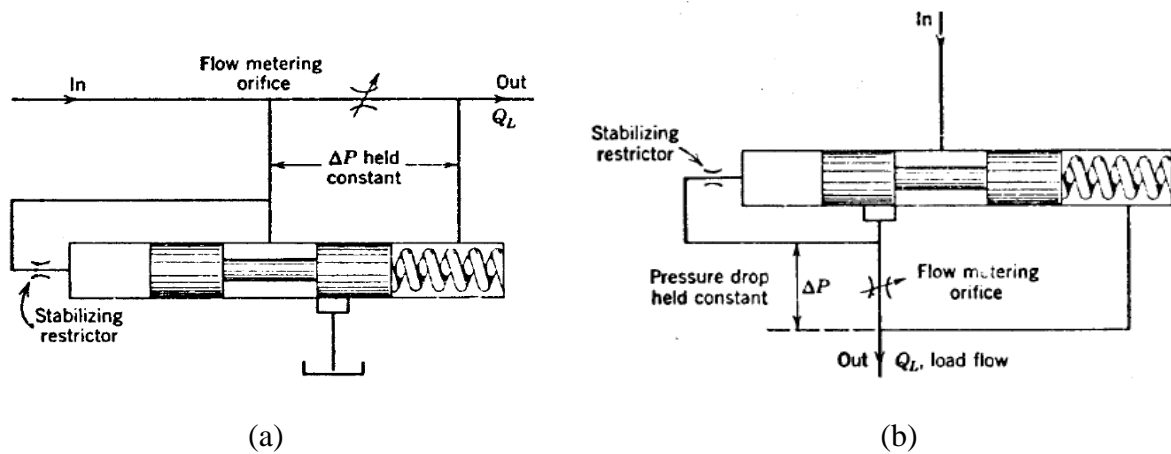


Figure I.9 – Vanne de régulation de débit à compensation de pression : (a) type débit soustractif ; (b) type restriction [10].

Deux types de vanne à compensation de pression sont distingués [10] : la vanne à restriction (restrictor type) et la vanne à débit soustractif (bypass type). Dans la vanne de type restriction, la balance de pression est positionnée en série avec l'orifice de dosage et limite l'écoulement d'entrée afin de maintenir une perte de charge constante aux bornes de l'orifice de dosage. Dans la vanne à débit soustractif, la balance de pression est positionnée en parallèle de l'orifice de dosage et contourne l'écoulement d'entrée du système afin de maintenir une perte de charge constante.

Les vannes hydrauliques peuvent également être classées selon leur structure. On distingue principalement 2 types de structure (figure I.10) : les vannes à piston (poppet valves) et les vannes à tiroir ou à restriction coulissante (spool valves). Les vannes à piston sont considérablement utilisées dans les systèmes hydrauliques telles que les vannes de détente (relief valves), les clapets anti-retour (check valves), les vannes à cartouche (cartridge valves) et les régulateurs de pression (pressure regulators).

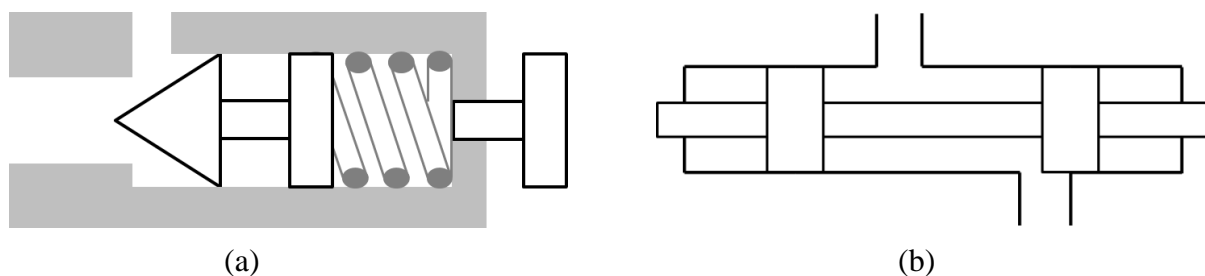


Figure I.10 – (a) Vannes à piston à 1 étage ; (b) Vanne à tiroir à 2 voies.

Ces dernières décennies, les vannes à piston ont présenté un intérêt particulier par leur utilisation dans les applications de mesure ou régulation de débit comparée à l'utilisation

habituelle des vannes à tiroir [11] - [15]. Les vannes à piston offrent certains avantages par rapport aux vannes à tiroir. Elles présentent principalement un très faible niveau de fuite quand elles sont fermées et n'exigent pas une grande précision d'usinage. Leurs paramètres sont automatiquement réajustés en cas d'usure et elles sont moins sensibles à la contamination du fluide [3]. Les principaux inconvénients à utiliser les vannes à piston pour la régulation de débit se résument à l'instabilité dynamique [16] - [18]. Cette instabilité se traduit par des oscillations indésirables du déplacement du piston de la vanne qui engendrent des fluctuations intolérables du débit régulé par rapport aux seuils de tolérance.

## I.4.1 Système de régulation de débit

### I.4.1.1 Principe et technologie

Dans la présente étude, le système de régulation (ou de dosage) de débit est caractérisé par une vanne à compensation de pression à débit soustractif. Il peut être décomposé en deux parties : une vanne de dosage à pointeau (ou doseur) montée en parallèle d'une balance de pression appelée « clapet- $\Delta P$  constant ».

La vanne à pointeau, schématisée dans la figure I.11, assure le dosage nécessaire du carburant à injecter dans la chambre de combustion. Elle est mécaniquement positionnée par un moteur pas à pas par rapport à une consigne donnée issue du FADEC (Full Authority Digital Engine Control). Le dosage s'effectue en recyclant le débit excédentaire vers l'amont de la pompe HP à travers le clapet- $\Delta P$ . Il suit une loi linéaire « débit dosé =  $f(\text{déplacement du pointeau})$  » pour une différence de pression de référence aux bornes de la vanne à pointeau.

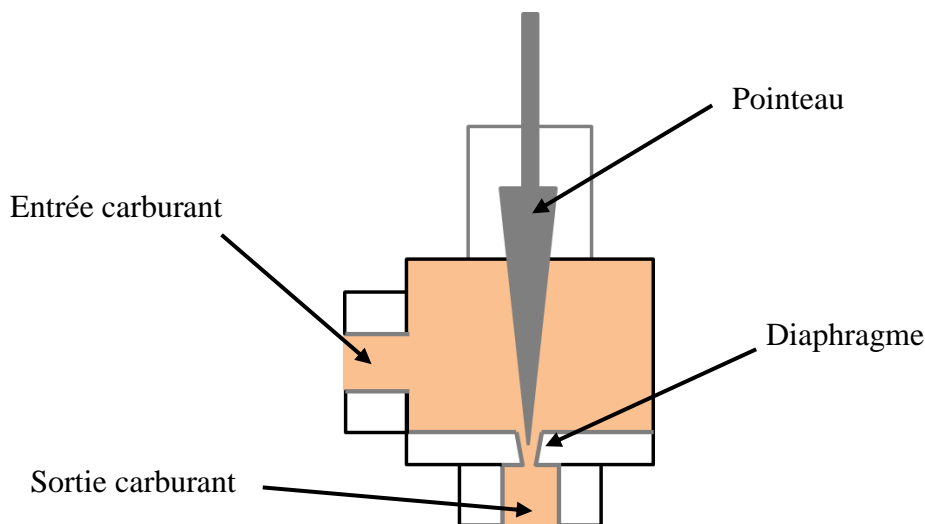


Figure I.11 – Vanne à pointeau.



Le tableau I.7 présente la gamme de travail de la vanne à pointeau utilisée dans cette étude, ainsi que ses avantages et inconvénients.

Gamme de travail		Avantages	Inconvénients
Grandeur	Valeur	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Simple et connu</li> <li>• Comportement hydraulique stable</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transformation de mouvement</li> <li>• Non équilibré hydrauliquement</li> <li>• Encombrement</li> </ul>
Course	8 à 12mm		
Débit min	< 5 l/h		
Débit max	160 à 700 l/h		
Pression différentielle $\Delta P$	200 à 350 kPa		

Tableau I.7 – Caractéristiques de la vanne à pointeau (Turbomeca).

Le clapet- $\Delta P$  constant, schématisé dans la figure I.12, est composé d'une « membrane de détection », d'un « clapet conique » et d'un « piston de compensation ». La membrane de détection sépare deux chambres de pression: une chambre de contrôle avec ressort et une chambre connectée à la pression d'entrée. Le ressort est directement lié au clapet conique qui est rattaché au piston de compensation par une tige.

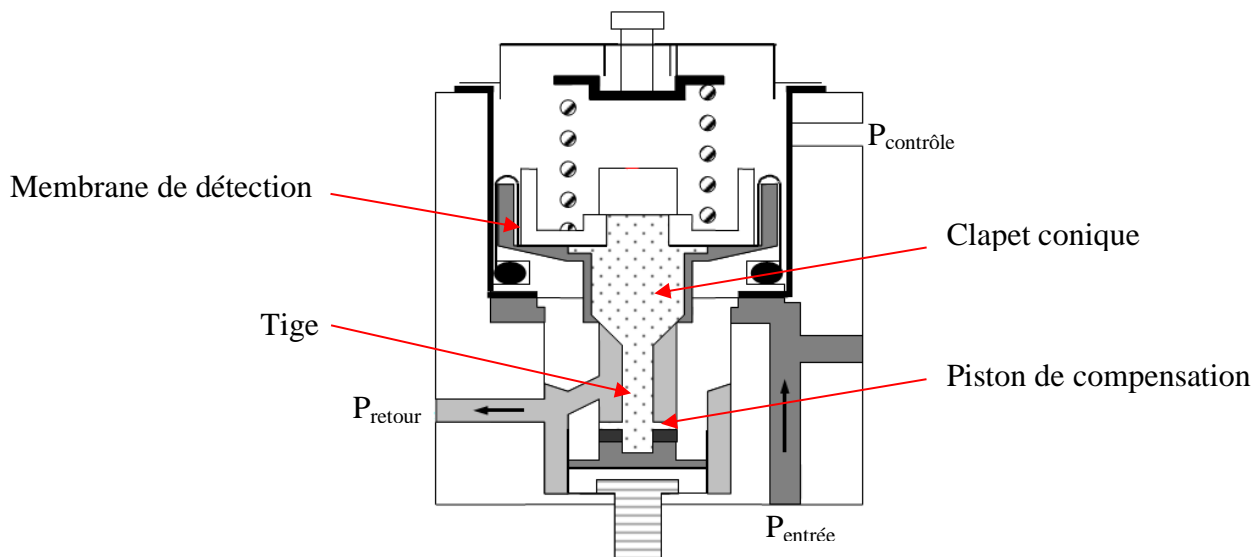


Figure I.12 – clapet- $\Delta P$  constant (Turbomeca).

Le tableau I.8 présente la gamme de travail du clapet- $\Delta P$  constant utilisée dans cette étude, ainsi que ses avantages et inconvénients.

Gamme de travail		Avantages	Inconvénients
Grandeur	Valeur	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Simplicité</li> <li>• Forte motricité</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conséquence de rupture membrane</li> <li>• Difficulté des contrôles membrane (production, montage)</li> <li>• Précaution d'emploi plus contraignante</li> </ul>
Course	< 1mm		
Débit recyclé	0 à 1500 l/h		
Pression différentielle $\Delta P$	400 à 7000 kPa		

Tableau I.8 – Caractéristiques du clapet- $\Delta P$  constant (Turbomeca).

### I.4.1.2 Défauts

Le tableau I.9 présente les causes et conséquences des défauts pertinents du système de régulation de débit. Pour chaque vanne le composant, les défauts ont été identifiés à partir de l'AMDEC (Analyse des modes de défaillance, de leurs effets et de leur criticité) issu des retours d'expériences de Turbomeca.

Composants	Défauts	Causes	Conséquences
Vanne de dosage	Fuite externe	Dégradation de la structure ou des joints d'étanchéité	Perte de pression et de débit en sortie de la vanne
	Vieillessement	Usure de l'orifice de dosage	Consigne théorique de commande de la vanne différente de la consigne réelle
Clapet- $\Delta P$ constant	Fuite externe	Dégradation de la structure ou des joints d'étanchéité	Perte de pression et de débit en sortie du clapet
	Vieillessement	Usure des composants du clapet (ressort, piston...)	Non compensation des variations de pressions : saut de pression en sortie pompe BP, fluctuations de pression et/ou de débit en sortie pompe HP

Tableau I.9 – Défauts pertinents du système de régulation de débit.

### I.4.1.3 Modèle et paramétrisation de la vanne de dosage

Le modèle de la vanne de dosage est caractérisé par l'équation de débit d'un orifice à section variable [10]. Le débit  $Q_D$  traversant la vanne de dosage est exprimé suivant que le nombre de Reynolds  $Re_D$  est supérieur ou inférieur à la valeur seuil du nombre de Reynolds critique  $Re_{crD}$ . Nous avons, pour un régime d'écoulement turbulent (équation établie à partir de

l'équation de Bernoulli) ou laminaire (équation établie à partir de l'équation de Poiseuille), les expressions suivantes :

$$Q_D = \begin{cases} C_{dD} \cdot S_{pD} \sqrt{\frac{2}{\rho} |\Delta P_D| \cdot \text{sign}(\Delta P_D)} & Re_D \geq Re_{crD} \\ 2C_{dLD} \cdot S_{pD} \cdot \frac{D_{HD}}{\mu} \cdot (\Delta P_D) & Re_D < Re_{crD} \end{cases} \quad (I.17)$$

avec :

$$Re_D = \frac{Q_D \cdot D_{HD}}{S_{pD} \cdot \nu}$$

$$C_{dLD} = \left( \frac{C_{dD}}{\sqrt{Re_{crD}}} \right)^2$$

$$D_{HD} = \sqrt{\frac{4S_{pD}}{\pi}}$$

où :

$C_{dD}$	Coefficient de débit de la vanne de dosage
$S_{pD}$	Section instantanée de l'orifice de dosage
$\Delta P_D$	Différence de pression entrée/sortie de la vanne de dosage
$C_{dLD}$	Coefficient de débit en régime laminaire de la vanne de dosage
$D_{HD}$	Diamètre hydraulique de l'orifice de dosage

A partir des relevés d'essais expérimentaux des CCT, des lois de surface  $S_{pD} = f(h_D)$  et  $C_{dD} = f(h_D)$ , donnant l'évolution de la section et du coefficient de débit de la vanne de dosage en fonction du déplacement du pointeau  $h_D$ , ont été établies et fournies par Turbomeca. A l'aide de ces lois de surface, nous avons pu déterminer la table de données de la section fictive  $S_{fictive} = C_{dD} \cdot S_{pD} = f(h_D)$  permettant de paramétrer le modèle de la vanne de dosage. La courbe correspondante est tracée dans la figure I.13.

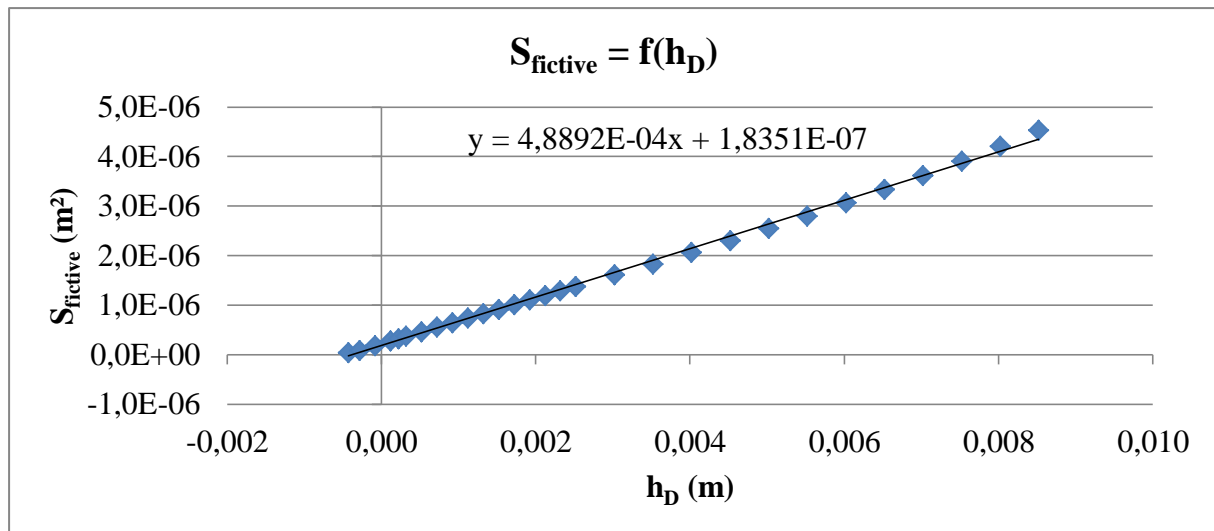


Figure I.13 – Courbe d'évolution de la section fictive  $S_{fictive}$  en fonction du déplacement du pointeau  $h_D$  de la vanne de dosage.

En appliquant une régression linéaire à la courbe de la figure I.13, nous obtenons l'équation linéaire (I.18) caractérisant l'évolution de la section fictive  $S_{fictive}$  en fonction de la position du pointeau  $h_D$  de la vanne de dosage.

$$S_{fictive} = 4,8892 \cdot 10^{-4} \cdot h_D + 1,8351 \cdot 10^{-7} \quad (I.18)$$

Pour une différence de pression constante  $\Delta P_D = 260 \text{ kPa}$  et une masse volumique  $\rho = 796,449 \text{ kg/m}^3$  correspondant à une température carburant de  $20^\circ\text{C}$ , nous avons tracé dans la figure I.14 la courbe caractéristique de l'évolution du débit  $Q_D$  en fonction de déplacement  $h_D$  du pointeau qui correspond bien à la loi linéaire de dosage.

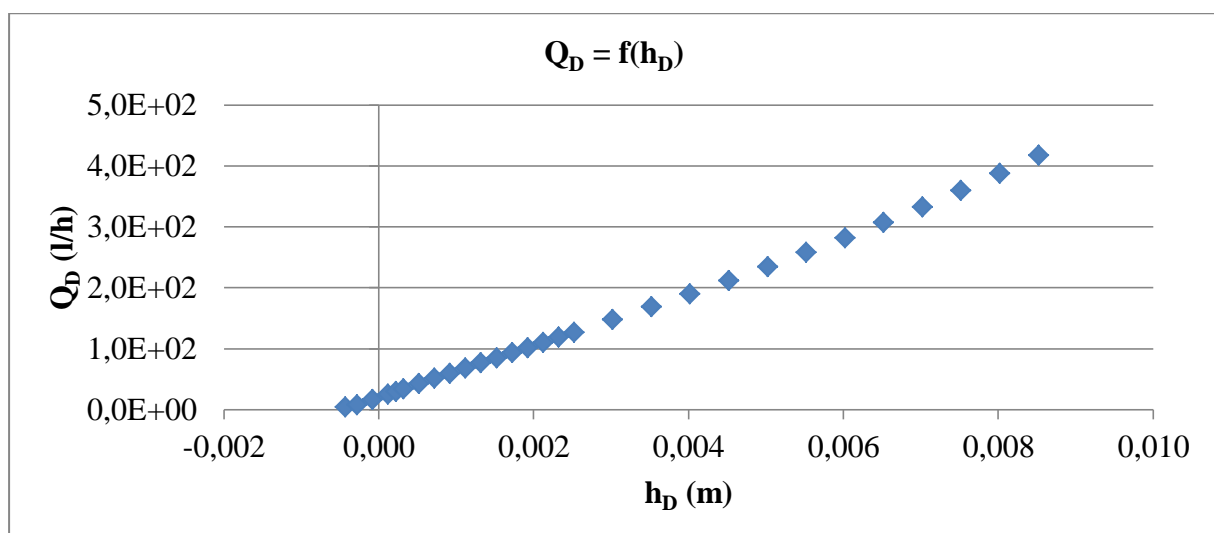


Figure I.14 – Loi linéaire de dosage du débit  $Q_D$  en fonction du déplacement du pointeau  $h_D$ .

Le déplacement du pointeau  $h_D$  de la vanne est commandé par un moteur pas à pas fournissant une position résolveur  $XR$  en degré. Le lien entre ces deux variables est caractérisé par l'équation linéaire (I.19) établie à partir des données expérimentales issues des CCT.

$$h_D = 8,3181.10^{-5}.XR + 2,3978.10^{-4} \quad (I.19)$$

**Remarque I.2 :**

*Le temps de réponse de la vanne à pointeau par rapport à une consigne donnée est beaucoup plus rapide que le temps de réponse du clapet- $\Delta P$  constant selon Turbomeca, aussi nous ferons pour la suite l'hypothèse que le déplacement est directement proportionnel à la consigne. Une modélisation plus fine nécessiterait la prise en compte de la dynamique liée à l'actionneur de type pas à pas, des frottements et de l'effet des forces de jet au niveau du pointeau de la vanne.*

#### **I.4.1.4 Modèle et paramétrisation du clapet- $\Delta P$**

Le modèle mathématique caractérisant le comportement physique du clapet- $\Delta P$  est établi à partir du principe fondamental de la dynamique, de l'équation de débit d'un orifice à section variable et des équations de compressibilité du fluide dans les chambres du clapet.

##### **a. Equation de bilan des forces de mouvement**

Afin de mettre en évidence les surfaces d'application des pressions auxquelles est soumis le clapet, nous l'avons schématisé plus en détail dans la figure I.15 pour un déplacement  $x_d$  donné.

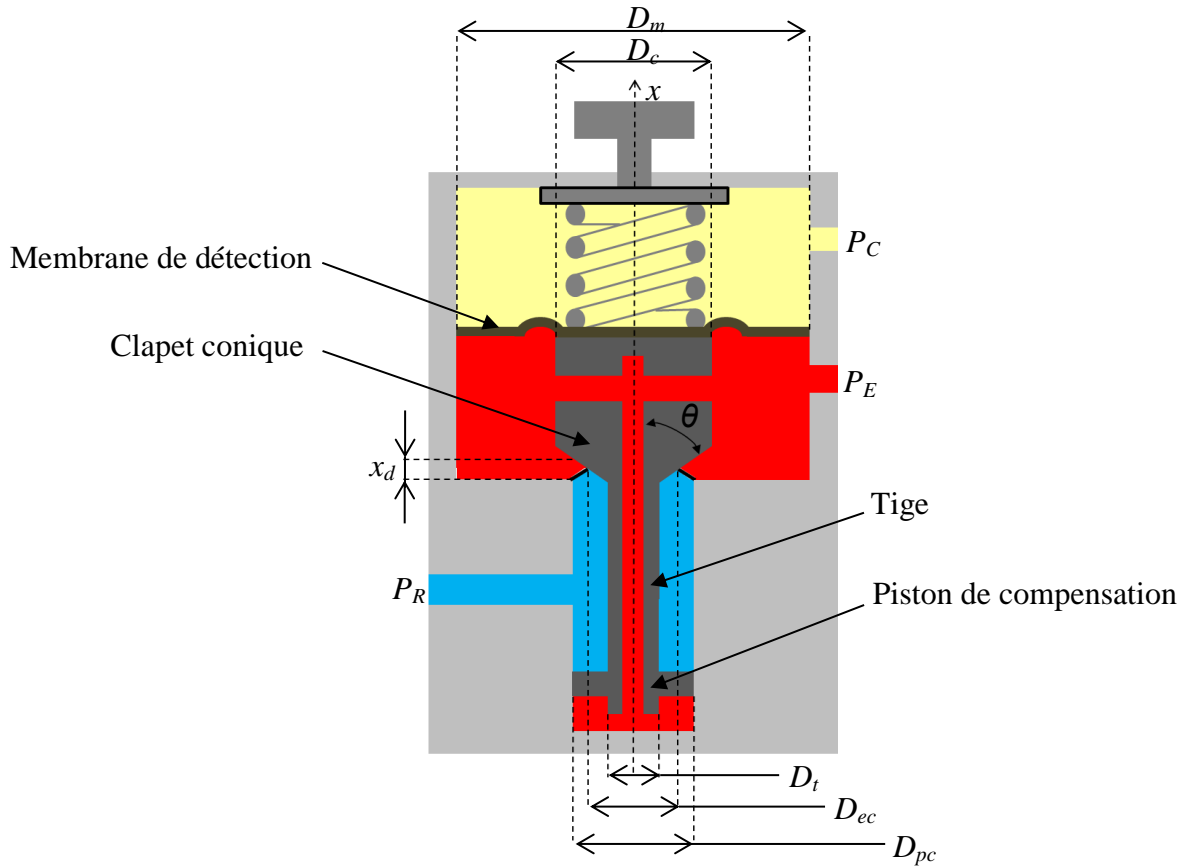


Figure I.15 – Schéma de principe du clapet- $\Delta P$  pour un déplacement  $x_d$ .

Dans la figure I.15, le clapet- $\Delta P$  est soumis à 3 pressions : la pression de contrôle  $P_C$  (jaune), la pression d'entrée  $P_E$  (rouge) et la pression de retour ou de sortie  $P_R$  (bleu). Chaque pression génère une force verticale s'appliquant sur une surface (projetée sur le plan perpendiculaire à l'axe  $x$ ) donnée dans le sens  $x$  de déplacement du clapet.

$$F_{P_C} = P_C S_{P_C} \quad (\text{I.20})$$

$$F_{P_E} = P_E S_{P_E} \quad (\text{I.21})$$

$$F_{P_R} = P_R S_{P_R} \quad (\text{I.22})$$

avec :

$$S_{P_C} = S_m$$

$$S_{P_E} = (S_m - S_{ec}) + S_{pc}$$

$$S_{P_R} = (S_{pc} - S_t) - (S_{ec} - S_t)$$

où  $S_m = \pi \left( \frac{D_m}{2} \right)^2$  est la section de la membrane de détection,  $S_{ec} = \pi \left( \frac{D_{ec}}{2} \right)^2$  est la section équivalente conique exprimée en fonction du déplacement  $x_d$  (avec  $D_{ec} = D_{pc} - x_d \sin(2\theta)$ ),

$S_{pc} = \pi \left( \frac{D_{pc}}{2} \right)^2$  est la section du piston de compensation et  $S_t = \pi \left( \frac{D_t}{2} \right)^2$  est la section de la tige.

En plus des forces de pressions, les forces supplémentaires agissant sur le mouvement vertical du clapet sont la force du ressort, les forces de frottement (sec et visqueux) et les forces de jet générées par l'écoulement du fluide à travers la section de passage du clapet.

Sous l'hypothèse d'un déplacement positif du clapet dans le sens  $x$ , la pression  $P_E$  va avoir tendance à ouvrir le clapet, tandis que la pression de contrôle  $P_C$ , la pression de sortie  $P_R$ , la force du ressort, les forces de frottement et les forces de jet agissent pour le fermer.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique au déplacement vertical  $x_d$  de la masse  $m$  de l'équipage mobile (masse du piston + 1/3 de la masse du ressort) dans le sens  $x$  de déplacement du clapet, nous obtenons l'équation de mouvement du clapet suivante :

$$m\ddot{x}_d + F_f + k(x_d + x_0) = F_{jet} - F_{P_C} + F_{P_E} - F_{P_R} \quad (I.23)$$

Le terme  $F_f$  correspond aux forces de frottement (les frottements agissent dans la direction opposée au sens de déplacement du piston). La force  $F_{jet}$  (force négative) correspond à la force de jet générée par l'écoulement du fluide à travers la section de passage. La force du ressort pour un déplacement donné du piston est caractérisée par le terme  $kx_d$ , où le paramètre  $k$  est la raideur du ressort. Une force de précontrainte peut être appliquée au ressort et se caractérise par le terme  $kx_0$ , où  $x_0$  est la précontrainte du ressort.

- **Forces de frottement :**

Le frottement est un phénomène naturel difficile à modéliser et à interpréter. Les relations statiques entre la vitesse et la force de frottement décrivent les modèles classiques de frottement (KFM : Kinetic Friction Model) utilisés telles que les différentes combinaisons entre le frottement de Coulomb, le frottement visqueux et l'effet de Stribeck [19]. Stribeck [20], par ses travaux, a montré que le coefficient de frottement mixte décroît dans un premier temps lorsque la vitesse de déplacement augmente jusqu'à atteindre un minimum pour ensuite croître en fonction de la vitesse. Cette force dépendante de la vitesse de déplacement est caractérisée par la courbe de Stribeck [20].

La figure I.16 montre quelques modèles de frottement ainsi que leurs différents niveaux de complexité, où  $F$  représente la force de frottement et  $V$  correspond à la vitesse de déplacement du solide.

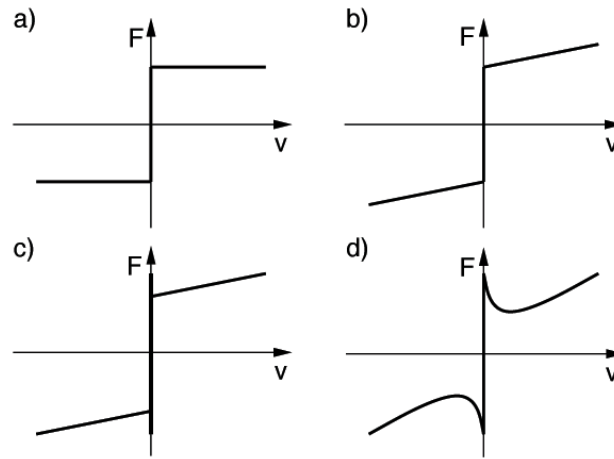


Figure I.16 – Exemples de modèles de frottement : a) modèle de Coulomb, b) modèle ‘Coulomb + visqueux’, c) modèle ‘Coulomb + visqueux + statique’, d) modèle complet avec effet Stribeck.

Ces modèles reflètent l’évolution des découvertes dans le domaine de la tribologie (science du frottement), chacun complétant le précédent en lui ajoutant de nouvelles composantes. Cependant ces derniers sont des modèles quasi-statiques, alors qu’en réalité des phénomènes dynamiques existent.

Un modèle quasi-statique général [19] caractérisant le comportement entre la force de frottement et la vitesse de déplacement d’un solide, est décrit par :

$$F_f(\dot{x}_d) = \sigma_2 \dot{x}_d + \sigma_0 g(\dot{x}_d) \text{sign}(\dot{x}_d) \quad (\text{I.24})$$

où  $\dot{x}_d$  est la vitesse de déplacement,  $\sigma_2$  est le coefficient de frottement visqueux, et  $\sigma_0 g(\dot{x}_d)$  décrit les non linéarités des caractéristiques entre la vitesse et la force de frottement ( $\sigma_0$  étant le coefficient de rigidité). Ce modèle peut être représenté par la courbe de la figure I.17.

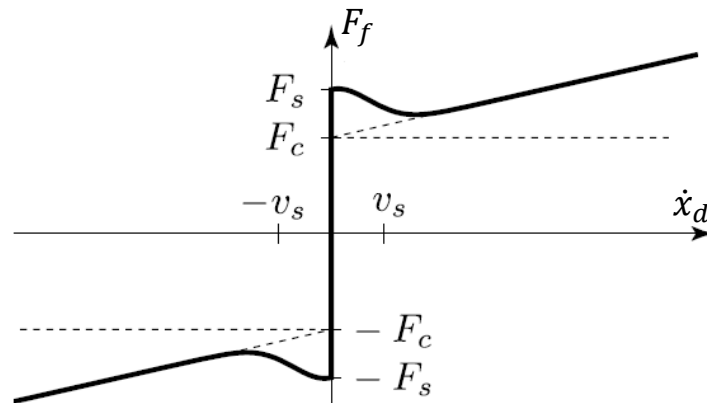


Figure I.17 – Modèle quasi-statique général du frottement [21].



La variable  $v_s$  est la vitesse de Stribeck.  $F_C$  est la force de Coulomb et  $F_S$  est la force statique de décollement (break-away force) qui peut être interprétée par l'approche de modélisation de contacts par les ressorts et permet ainsi de comprendre que la force nécessaire au « décollement » des surfaces est généralement supérieure à la force nécessaire au déplacement de celles-ci. Les travaux de thèse d'Altpeter [21], quelques formulations mathématiques définissant le terme non linéaire  $\sigma_0 g(\dot{x}_d)$  sont exposées avec les références correspondantes.

Différents modèles ont été conçus pour formuler différents types de frottement. Bien souvent partant des mêmes bases, ces modèles restent très proches les uns des autres. Une étude très complète détaillant les différents modèles ainsi que leurs approches est faite par Armstrong et al. [19]. Un des premiers modèles dynamiques de frottement a été proposé par Dahl [22]. Ce modèle est une généralisation du modèle de Coulomb prenant en compte la variation de la force de frottement en fonction du déplacement et de la direction du mouvement (signe de la vitesse) comme décrit dans l'équation (I.25).

$$\frac{dF_f(\dot{x}_d)}{dx_d} = \sigma_0 \left| 1 - \frac{F_f}{F_C} \text{sign}(\dot{x}_d) \right|^i \text{sign} \left( 1 - \frac{F_f}{F_C} \text{sign}(\dot{x}_d) \right) \quad (\text{I.25})$$

L'exposant  $i$  est le facteur de forme du modèle qui détermine la forme de l'hystérésis.

Une extension du modèle de Dahl a été développée par Bliman et Sorine dans une série d'articles [23] - [25], basée sur les recherches expérimentales de Rabinowicz [26]. Ils proposent de remplacer la variable  $t$  par une variable d'espace  $s$ , représentant la distance glissée (sous l'hypothèse que le frottement dépend seulement du signe de la vitesse et de la variable  $s$ ), grâce à la transformation de l'équation (I.26) avec ( $v = \dot{x}_d$ ).

$$s = \int_0^t |v(\tau)| d\tau \quad (\text{I.26})$$

Le modèle du premier ordre de l'équation (I.27) qu'ils ont proposé est identique au modèle de Dahl avec un facteur de forme  $i = 1$ .

$$\frac{dF_f}{ds} = \sigma_0 \left( \text{sign}(v) - \frac{F_f}{F_C} \right) \quad (\text{I.27})$$

Ils ont ensuite remplacé ce modèle par un modèle du second ordre de l'équation (I.28) afin de modéliser l'effet Stribeck grâce à un dépassement lors du changement de signe.

$$\frac{d^2 F_f}{ds^2} + 2\zeta\omega \frac{dF_f}{ds} + \omega^2 F_f = \omega^2 F_C \text{sgn}(v) \quad (\text{I.28})$$

Cependant, l'effet Stribeck n'est pas modélisé par ce modèle durant le début du régime statique comme en réalité (il n'est que partiellement capturé).

Canudas et al ont proposé une généralisation du modèle de Dahl prenant en compte l'effet Stribeck [27]. Leur modèle dit modèle de LuGre caractérisé par l'équation (I.29) repose sur l'approche microscopique de la modélisation des surfaces de contact par des lames. Grâce à ce modèle, la déformation des lames est prise en compte mathématiquement par la variable  $z$  telle que :

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{\sigma_0}{g(v)} z |v| \quad (\text{I.29})$$

avec :

$$g(v) = F_C + (F_S - F_C) e^{-(v/v_s)^2}$$

La force de frottement résultant du modèle de LuGre est donc donnée par :

$$F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \quad (\text{I.30})$$

où  $\sigma_1$  est le coefficient d'amortissement et  $\sigma_2$  est le coefficient de viscosité.

Le modèle de LuGre est le plus complet et le plus proche de la réalité puisqu'il prend en compte le plus de phénomènes physiques. Cependant, certains paramètres ne sont pas mesurables en pratique.

- **Forces de jet :**

Les forces de jet sont le résultat d'une accélération de la masse du fluide à travers les petites sections d'ouverture de l'orifice de passage de la vanne. Ces forces agissent dans le sens inverse de déplacement du clapet et tendent à fermer l'orifice de passage. Il existe deux types de forces de jet induites par un écoulement du fluide : les forces de jet statiques (régime permanent) générées par un écoulement invariant dans le temps et les forces de jet dynamiques (régime transitoire) générées par une variation de pression ou de déplacement du clapet.

L'expression de ces forces de jet dans l'équation (I.31) est issue de la combinaison du théorème de transport de Reynolds [3] et de l'équation de bilan de la quantité de mouvement [28] de Navier-Stokes appliquée à un volume de contrôle. Ce dernier est un volume imaginaire sur lequel on procède au bilan intégral d'une grandeur physique comme la masse, la quantité de mouvement ou encore l'énergie. L'enveloppe d'un volume de contrôle est appelée surface de contrôle.

$$\vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \rho \cdot \vec{u} \cdot dV + \int_{S_c} \rho \cdot \vec{u} \cdot (\vec{u} \cdot \vec{n}) dS \quad (\text{I.31})$$

où  $\vec{F}$  est le vecteur des forces extérieures agissant sur le volume de contrôle  $V_c$ ,  $\vec{u}$  est le vecteur de vitesse du fluide entrant et sortant du volume de contrôle et  $\vec{n}$  est le vecteur de la normale unitaire extérieure à la surface de contrôle  $S_c$  aux points d'entrée et de sortie du fluide.

Afin de mettre en application l'équation (I.31) au cas du clapet- $\Delta P$ , nous considérons l'écoulement du fluide dans la chambre soumise à la pression  $P_R$  de la Figure I.. Le volume de contrôle de cette chambre est schématisé dans la figure I.18 où il est soumis à la force  $\vec{F}$  résultante du déplacement du clapet.

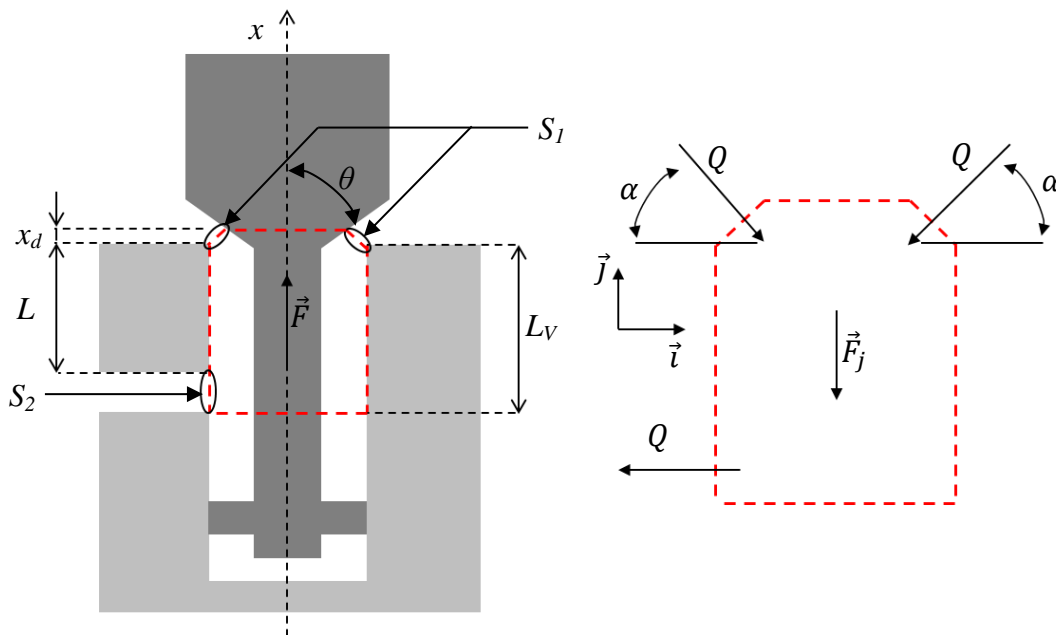


Figure I.18 – Volume de contrôle pour le calcul des forces de jet du clapet- $\Delta P$ .

Comme indiqué dans la figure I.18, le fluide entre dans le volume de contrôle par la section  $S_1$  dans la direction de l'angle de jet  $\alpha$  et en sort par la section  $S_2$  dans la direction négative de  $\vec{i}$ . La longueur totale du volume de contrôle est donnée par  $L_V$ , mais la longueur  $L$  représente la distance parcouru par le fluide parallèlement à l'axe central du clapet représenté par la direction du vecteur  $\vec{j}$ .

Afin d'assurer l'équilibre statique du clapet, la force  $\vec{F}$  exercée sur le volume de contrôle par le déplacement du clapet est compensée par la force  $\vec{F}_j$  (qui lui est égale et opposée) exercée sur le clapet. Cette force axiale représente les forces de jet induites par l'écoulement du fluide à travers l'orifice de passage du clapet.

L'intégrale du volume dans l'équation (I.31) décrit les effets de la quantité de mouvement du fluide dans le volume de contrôle. En intégrant le long de la longueur  $L$  dans la direction  $\vec{j}$ , ces effets internes de quantité de mouvement décrivant les forces de jet dynamiques sont exprimés par :

$$F_{dyn} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \rho \cdot \vec{u} \cdot dV = \rho L \frac{\partial Q_{C\Delta P}}{\partial t} \quad (I.32)$$

L'intégrale de surface dans l'équation (I.32) décrit les effets de la quantité de mouvement en entrée et sortie du volume de contrôle. En intégrant par rapport à la surface  $S_1$  dans la direction de  $\vec{j}$ , ces effets décrivant les forces de jet statiques sont exprimés par :

$$F_{stat} = \int_{S_c} \rho \cdot \vec{u} \cdot (\vec{u} \cdot \vec{n}) dS = \rho \frac{Q_{C\Delta P}^2}{S_1} \cos(\alpha) \quad (I.33)$$

avec la vitesse d'entrée  $\vec{u}_1 = -u_1 \cos(\alpha) \cdot \vec{i} - u_1 \sin(\alpha) \cdot \vec{j}$  et le vecteur de la normale unitaire à la surface d'entrée  $\vec{n}_1 = \cos(\alpha) \cdot \vec{i} + \sin(\alpha) \cdot \vec{j}$ .

La valeur de l'angle de jet  $\alpha$  dépend des propriétés géométriques et de l'ouverture de l'orifice de passage du clapet- $\Delta P$  [3]. Selon Turbomeca, l'angle de jet est supposé être égal au demi-angle  $\theta$  du clapet conique indiqué dans figure I.18.

Les forces de jet totales peuvent alors être exprimées sous la forme de l'équation (I.34) où les forces de jet statiques tendent toujours à fermer le clapet, tandis que les forces de jet dynamiques tendent à ouvrir ou fermer le clapet selon le signe de la variation de débit de retour du clapet  $\partial Q_{C\Delta P} / \partial t$ .

$$F_{jet} = -F_{dyn} - F_{stat} \quad (I.34)$$

En remplaçant dans l'équation (I.23) les expressions des forces de frottement de l'équation (I.30), des forces de jet des équations (I.32), (I.33) et (I.34) et des forces de pression des équations (I.20), (I.21) et (I.22), nous obtenons l'équation (I.35) complète de bilan des forces de mouvement du clapet- $\Delta P$ .

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_d + \left( \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 \frac{dx_d}{dt} \right) + k(x_d + x_0) \\ = \left( \rho L \frac{\partial Q_{C\Delta P}}{\partial t} - \rho \frac{Q_{C\Delta P}^2}{S_1} \cos(\alpha) \right) + \Delta P_D \cdot S_m + \Delta P_{C\Delta P} (S_{pc} - S_{ec}) \end{aligned} \quad (I.35)$$

où  $\Delta P_D = P_E - P_C$  est la pression différentielle de la vanne de dosage et  $\Delta P_{C\Delta P} = P_E - P_R$  est la pression différentielle du clapet- $\Delta P$ .

### b. Equation de débit

Le débit de retour  $Q_{C\Delta P}$  traversant le clapet- $\Delta P$  s'exprime sous la forme de l'équation (I.36) de débit d'un orifice à section variable.

$$Q_{C\Delta P} = \begin{cases} C_{dC\Delta P} \cdot S_{pC\Delta P} \sqrt{\frac{2}{\rho} |\Delta P_{C\Delta P}| \cdot \text{sign}(\Delta P_{C\Delta P})} & Re_{C\Delta P} \geq Re_{crC\Delta P} \\ 2C_{dLC\Delta P} \cdot S_{pC\Delta P} \cdot \frac{D_{HC\Delta P}}{\mu} \cdot (\Delta P_{C\Delta P}) & Re_{C\Delta P} < Re_{crC\Delta P} \end{cases} \quad (I.36)$$

avec :

$$Re_{C\Delta P} = \frac{Q_{C\Delta P} \cdot D_{HC\Delta P}}{S_{pC\Delta P} \cdot \nu}$$

$$C_{dLC\Delta P} = \left( \frac{C_{dC\Delta P}}{\sqrt{Re_{crC\Delta P}}} \right)^2$$

où :

$C_{dC\Delta P}$  Coefficient de débit du clapet- $\Delta P$

$S_{pC\Delta P}$  Section instantanée de l'orifice de passage du clapet- $\Delta P$

$\Delta P_{C\Delta P}$  Différence de pression entrée/sortie du clapet- $\Delta P$

$C_{dLC\Delta P}$  Coefficient de débit en régime laminaire du clapet- $\Delta P$

$D_{HC\Delta P}$  Diamètre hydraulique de l'orifice de passage du clapet- $\Delta P$

Etant donné que l'on dispose d'un clapet de forme conique de demi-angle  $\theta$ , la section de l'orifice de passage  $S_{pC\Delta P}$  (surface  $S_1$  de la figure I.18) correspond à une section latérale d'un tronc de cône et est exprimée dans l'équation (I.37) en fonction du déplacement  $x_d$  du clapet [4].

$$S_{pC\Delta P}(x_d) = \begin{cases} S_{fC\Delta P} & x_d \leq 0 \\ \pi x_d \sin \theta (D_{pc} - x_d \sin \theta \cos \theta) + S_{fC\Delta P} & 0 < x_d < x_{max} \\ S_{maxC\Delta P} & x_d \geq x_{max} \end{cases} \quad (I.37)$$

où  $S_{fC\Delta P}$  et  $S_{maxC\Delta P}$  sont respectivement la section de fuite et la section maximale de l'orifice de passage clapet- $\Delta P$ .

### c. Equations de compressibilité

Afin de compléter le modèle du clapet- $\Delta P$ , il faut prendre en compte la compressibilité du fluide dans les 3 chambres du clapet (figure I.15) soumises aux 3 pressions de contrôle, d'entrée et de sortie suivant les équations (I.38), (I.39) et (I.40) sous l'hypothèse d'un déplacement vertical dans le sens positif de  $x$ .

$$\dot{P}_C = \frac{B_{eadC}}{V_{PC0} - S_m x_d} (Q_{PC} + S_m \dot{x}_d) \quad (I.38)$$

$$\dot{P}_E = \frac{B_{eadE}}{V_{PE0} + S_{PE} x_d} (Q_{PE} - ((S_m - S_{ec}) + S_{pc}) \dot{x}_d) \quad (I.39)$$

$$\dot{P}_R = \frac{B_{eadR}}{V_{PR0} - S_{PR} x_d} (Q_{PR} + (S_{ec} - S_{pc}) \dot{x}_d) \quad (I.40)$$

où  $Q_{PC}$  est le débit en sortie de la chambre sous pression  $P_C$ ,  $Q_{PE}$  est le débit en entrée de la chambre sous pression  $P_E$  et  $Q_{PR}$  est le débit de sortie de la chambre sous pression  $P_R$ . Les volumes initiaux  $V_{PC0}$  (jaune),  $V_{PE0}$  (rouge) et  $V_{PR0}$  (bleu) sont généralement fournis par le constructeur et correspondent au déplacement initial  $x_0$  du clapet.

Les valeurs des paramètres du modèle du clapet listés dans le Tableau I. ont été pour la plupart déterminées à partir des dimensions géométriques du clapet, relevées sur son plan côté fourni par Turbomeca.

Paramètres	Désignations	Valeurs
$C_{d_{C\Delta P}}$	Coefficient de débit	0,88
$m$	Masse équivalente de l'équipage mobile	0,028 Kg
$k$	Raideur du ressort	31 570 N/m
$x_0$	Déplacement initial du clapet	$3,95.10^{-3}m$
$x_{max}$	Déplacement maximal du clapet	$10^{-3}m$
$D_m$	Diamètre de la membrane	$25,36.10^{-3}m$
$D_c$	Diamètre du clapet	$9.10^{-3}m$
$\theta$	Demi-angle conique du clapet	45 degré
$D_{pc}$	Diamètre du piston de compensation	$6,9.10^{-3}m$
$D_t$	Diamètre de la tige	$3,5.10^{-3}m$
$V_{P_{C0}}$	Volume initial de la chambre sous pression $P_C$	$10,62.10^{-6}m^3$
$V_{P_{E0}}$	Volume initial de la chambre sous pression $P_E$	$1,01.10^{-6}m^3$
$S_{max_{C\Delta P}}$	Section d'ouverture maximale de l'orifice de passage	$52,88.10^{-6}m^2$
$S_{f_{C\Delta P}}$	Section de fuite de l'orifice de passage	$1.10^{-12}m^2$

Tableau I.10 – Paramètres caractéristiques du clapet- $\Delta P$  constant.**d. Modèle simplifié du clapet**

En l'absence de données expérimentales en dynamique, nous n'avons pas pu identifier les paramètres caractéristiques des phénomènes dynamiques du clapet- $\Delta P$ . On s'est donc orienté vers un modèle simplifié du clapet caractérisé par l'équation (I.41) de bilan des forces de mouvement.

$$m\ddot{x}_d + \sigma_2\dot{x}_d + k(x_d + x_0) = \Delta P_D \cdot S_m \quad (I.41)$$

Les seuls phénomènes dynamiques considérés sont l'inertie du clapet, les frottements visqueux et la compressibilité du fluide dans les deux chambres soumises aux pressions de contrôle et d'entrée des équations (I.42) et (I.43).

$$\dot{P}_C = \frac{B_{eadC}}{V_{P_{C0}} - S_m x_d} (Q_{P_C} + S_m \dot{x}_d) \quad (I.42)$$

$$\dot{P}_E = \frac{B_{eadE}}{V_{P_{E0}} + S_m x_d} (Q_{P_E} - S_m \dot{x}_d) \quad (I.43)$$

L'équation de débit de retour  $Q_{C\Delta P}$  du modèle simplifié du clapet s'exprime sous la forme de l'équation (I.36) dont la section de l'orifice de passage est approximée par l'équation linéaire suivante :

$$S_{p_{C\Delta P}}(x_d) = \begin{cases} S_{f_{C\Delta P}} & x_d \leq 0 \\ x_d \cdot \frac{S_{max_{C\Delta P}}}{x_{max}} + S_{f_{C\Delta P}} & 0 < x_d < x_{max} \\ S_{max_{C\Delta P}} & x_d \geq x_{max} \end{cases} \quad (I.44)$$

## I.4.2 Clapets : CS, CNA et CN

### I.4.2.1 Principe et technologie

Le clapet de surpression (CS), le clapet de niveau additionnel (CNA) et le clapet de niveau (CN) sont représentés par de simples clapets anti-retour à billes (figure I.19). Ce type de clapet est un dispositif permettant, en général, de contrôler le sens de circulation du fluide. Il permet le passage du flux dans un sens et le bloque dans le sens inverse.

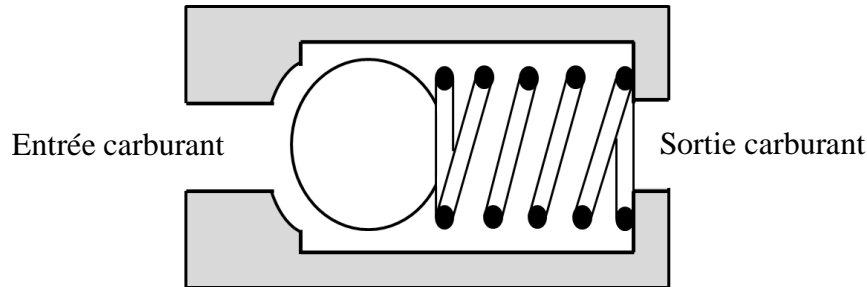


Figure I.19 – Clapet anti-retour à billes.

Dans le cas du clapet de surpression monté en parallèle de la pompe HP, il joue le rôle d'une vanne de détente pour soulager la surpression du fluide en sortie de la pompe HP lors des phases d'arrêt de certains moteurs. Dans le cas du clapet de niveau additionnel, il joue le rôle d'un clapet de pressurisation qui à faible régime du moteur met à disposition une pression nécessaire permettant un bon fonctionnement du clapet- $\Delta P$ . Dans le cas du clapet de niveau, il joue le rôle d'un clapet assurant la pressurisation des injecteurs de démarrage.

### I.4.2.2 Défauts

Le tableau I.11 présente les causes et conséquences des défauts pertinents d'une vanne de pressurisation. Les défauts ont été identifiés à partir de l'AMDEC (Analyse des modes de défaillance, de leurs effets et de leur criticité) issu des retours d'expériences de Turbomeca.



Défauts	Causes	Conséquences
Fuite externe	Dégradation de la structure ou des joints d'étanchéité	Perte de pression et de débit en sortie de la vanne
Vieillessement	Usure de l'orifice de passage	Fluctuation de débit en sortie de la vanne

Tableau I.11 – Défauts pertinents des clapets CS, CNA et CN.

### I.4.2.3 Modèle et paramétrisation

Le modèle de chaque clapet est caractérisé par l'équation (I.45) de débit d'un orifice dont la section de passage varie en fonction de la pression différentielle du clapet.

Pour  $j = CS, CNA, CN$  :

$$Q_j = \begin{cases} C_{dj} \cdot S_{pj} \sqrt{\frac{2}{\rho} |\Delta P_j|} \cdot \text{sign}(\Delta P_j) & Re_j \geq Re_{crj} \\ 2C_{dLj} \cdot S_{pj} \cdot \frac{D_{Hj}}{\mu} \cdot (\Delta P_j) & Re_j < Re_{crj} \end{cases} \quad (I.45)$$

avec :

$$Re_j = \frac{Q_j \cdot D_{Hj}}{S_{pj} \cdot \nu}$$

$$C_{dLj} = \left( \frac{C_{dj}}{\sqrt{Re_{crj}}} \right)^2$$

où :

- $Q_j$  Débit traversant le clapet  $j$
- $C_{dj}$  Coefficient de débit du clapet  $j$
- $S_{pj}$  Section instantanée de l'orifice de passage du clapet  $j$
- $\Delta P_j$  Différence de pression entrée/sortie du clapet  $j$
- $C_{dLj}$  Coefficient de débit en régime laminaire du clapet  $j$
- $D_{Hj}$  Diamètre hydraulique de l'orifice de passage du clapet  $j$

La section instantanée  $S_{p_j}$  de l'orifice de passage pour une vanne de détente est exprimée dans l'équation (I.46) en fonction de la pression différentielle  $\Delta P_j$  de la vanne que l'on compare à sa pression d'ouverture  $\Delta P_{ouv_j}$  [4].

$$S_{p_j}(\Delta P_j) = \begin{cases} S_{f_j} & \Delta P_j \leq \Delta P_{ouv_j} \\ S_{f_j} + \frac{S_{max_j} - S_{f_j}}{\Delta P_{max_j} - \Delta P_{ouv_j}} (\Delta P_j - \Delta P_{ouv_j}) & \Delta P_{ouv_j} < \Delta P_j < \Delta P_{max_j} \\ S_{max_j} & \Delta P_j \geq \Delta P_{max_j} \end{cases} \quad (I.46)$$

où  $S_{f_j}$  et  $S_{max_j}$  sont respectivement la section de fuite et la section maximale de l'orifice de passage.

Les valeurs des paramètres des modèles des clapets, listés dans le tableau I.12, ont été déterminées à partir des relevés d'essais expérimentaux conformément aux CCT de Turbomeca.

Paramètres	Désignations	Valeurs
$C_{d_{CS}}, C_{d_{CNA}}, C_{d_{CN}}$	Coefficients de débit des clapets	0,7
$\Delta P_{ouv_{CS}}$	Pression différentielle d'ouverture du clapet de surpression	$36,65.10^5 \text{ Pa}$
$\Delta P_{ouv_{CNA}}$	Pression différentielle d'ouverture du clapet de niveau additionnel	$4,54.10^5 \text{ Pa}$
$\Delta P_{ouv_{CN}}$	Pression différentielle d'ouverture du clapet de niveau	$2,98.10^5 \text{ Pa}$
$\Delta P_{max_{CS}}$	Pression différentielle pour une ouverture maximale du clapet de surpression	$47,62.10^5 \text{ Pa}$
$\Delta P_{max_{CNA}}$	Pression différentielle pour une ouverture maximale du clapet de niveau additionnel	$6,47.10^5 \text{ Pa}$
$\Delta P_{max_{CN}}$	Pression différentielle pour une ouverture maximale du clapet de niveau	$5.10^5 \text{ Pa}$
$S_{f_{CS}}$	Section de fuite du clapet de surpression	$10^{-12} \text{ m}^2$
$S_{f_{CNA}}$	Section de fuite du clapet de niveau additionnel	$1,48.10^{-8} \text{ m}^2$
$S_{f_{CN}}$	Section de fuite du clapet de niveau	$8,23.10^{-10} \text{ m}^2$
$S_{max_{CS}}$	Section de passage maximale du clapet de surpression	$2,62.10^{-6} \text{ m}^2$
$S_{max_{CNA}}$	Section de passage maximale du clapet de niveau additionnel	$4,46.10^{-6} \text{ m}^2$
$S_{max_{CN}}$	Section de passage maximale du clapet de niveau	$3,94.10^{-6} \text{ m}^2$

Tableau I.12 – Paramètres caractéristiques des clapets CS, CNA et CN.

**Remarque I.3 :**

*L'étude de la dynamique de ces clapets n'a pas été prise en compte dans le cadre de ce travail car dans la plage de fonctionnement considérée pour la fonction de diagnostic, ces clapets sont constamment dans la même position.*

**I.4.3 Electro-clapets : ECA et ECD****I.4.3.1 Principe et technologie**

L'électro-clapet d'arrêt (ECA) et l'électro-clapet de démarrage (ECD) sont représentés par des vannes de type distributeur commandées électriquement par des signaux issus du calculateur.

L'électro-clapet d'arrêt est un distributeur 2-voies bistable constitué d'un solénoïde avec une bobine d'ouverture et une bobine de fermeture. Il permet d'arrêter l'alimentation en carburant du système d'injection durant la phase d'arrêt du moteur.

L'électro-clapet de démarrage est un distributeur 3-voies monostable constitué d'un solénoïde qui commande une double vanne. Une "vanne carburant" qui permet la circulation du carburant vers les injecteurs de démarrage pendant la phase de démarrage ; et une "vanne air" qui permet la circulation de l'air issu de la sortie du compresseur vers les injecteurs de démarrage après la phase de démarrage afin de les ventiler.

### **I.4.3.2 Défauts**

Les défauts des électro-clapets ne sont pas considérés dans cette étude.

### **I.4.3.3 Modèle et paramétrisation**

L'électro-clapet de démarrage est modélisé par deux orifices (positionnés en parallèle sous Simscape) correspondants à la vanne carburant et la vanne air. Le modèle de chaque électro-clapet est caractérisé par l'équation (I.46) de débit d'un orifice à section variable pour  $j = ECA, ECD_{car}, ECD_{air}$ .

La section instantanée  $S_{pj}$  de l'orifice de passage pour un électro-clapet s'exprime dans l'équation (I.47) en fonction du signal binaire de commande d'ouverture  $h_j$ .

$$S_{pj} = \begin{cases} S_{fj} & h_j = 0 \\ S_j & h_j = 1 \end{cases} \quad (I.47)$$

Où  $S_{fj}$  et  $S_j$  sont respectivement la section de fuite et la section d'ouverture de l'orifice de passage.

Les valeurs des paramètres des modèles des électro-clapets, listés dans le tableau I.13, ont été déterminées à partir des relevés d'essais expérimentaux conformément aux CCT de Turbomeca.

Paramètres	Désignations	Valeurs
$C_{d_{ECA}}, C_{d_{ECD_{car}}}, C_{d_{ECD_{air}}}$	Coefficients de débit des électro-clapets	0,7
$S_{f_{ECA}}$	Section de fuite de l'électro-clapet d'arrêt	$10^{-12} \text{ m}^2$
$S_{f_{ECD_{car}}}$	Section de fuite de la vanne carburant de l'électro-clapet de démarrage	$6,13.10^{-11} \text{ m}^2$
$S_{f_{ECD_{air}}}$	Section de fuite de la vanne air de l'électro-clapet de démarrage	$7,97.10^{-11} \text{ m}^2$
$S_{ECA}$	Section d'ouverture de l'électro-clapet d'arrêt	$6,38.10^{-6} \text{ m}^2$
$S_{ECD_{car}}$	Section d'ouverture de la vanne carburant de l'électro-clapet de démarrage	$8,5.10^{-6} \text{ m}^2$
$S_{ECD_{air}}$	Section d'ouverture de la vanne air de l'électro-clapet de démarrage	$1,46.10^{-7} \text{ m}^2$

Tableau I.13 – Paramètres caractéristiques des électro-clapets ECA et ECD.

## I.5 Les conduites hydrauliques

Les conduites hydrauliques contiennent et distribuent le fluide hydraulique à tous les composants et parties d'un système hydraulique. Elles sont tenues d'accomplir leur rôle avec un niveau minimum de fuite et de perte de charge causée par la résistance à l'écoulement. Les conduites doivent résister à la pression de travail du système. Elles doivent maintenir leur intégrité structurelle aux conditions de températures extrêmes auxquelles est exposé le système, et résister à la rupture par fatigue due aux vibrations et aux chocs que peut subir le système. Les conduites hydrauliques peuvent être classées [4] en 3 catégories :

- Les conduites rigides : elles se définissent comme des conduites raides, principalement de section circulaire, adaptées au transfert de fluides sans dispersion. On en distingue 3 types en fonction de la matière dont elles sont formées et de leur type d'élaboration : les tuyauteries, les tubes et les collecteurs.
- Les connecteurs : ils sont reliés aux composants et aux autres conduites au moyen de fixations filetés, de brides, de soudures, de raccords et d'adaptateurs. Il existe deux types de joints utilisés dans les connecteurs : les joints statiques et dynamiques.

- Les conduites flexibles : elles se définissent comme des conduites souples permettant de résister aux contraintes (vibration, chocs, température...) imposées à la fois par le système hydrauliques et son environnement. On en distingue 2 types : les tubes flexibles et les « Hoses » (tels que les tuyaux d'arrosage).

Les fonctions hydrauliques du circuit carburant étudié sont interconnectées par des conduites rigides. Les modèles des conduites hydrauliques sont caractérisés par les pertes de charge générées par la transmission de la puissance hydraulique dans ces conduites, ainsi que par les phénomènes dynamiques de compressibilité du fluide, d'inertie du fluide et du coup de bélier.

### **I.5.1 Pertes de charge dans les conduites**

On distingue deux principaux types de perte de charge [3] dans une conduite hydraulique : les pertes de charge systématiques et singulières. Les pertes de charge systématiques sont causées par le frottement du fluide aux parois de la conduite, tandis que les pertes de charge singulières sont causées par les coudes, les raccords et les changements brusques de la section transversale d'écoulement.

Les pertes de charges systématiques sont exprimées à partir de l'équation de Darcy-Weisbach généralisée (équation (I.48)). Cette expression dépend des dimensions géométriques de la conduite et du nombre de Reynolds.

$$\Delta P_{sys} = f \frac{l}{D} \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (I.48)$$

où  $\Delta P_{sys}$  est la perte de charge systématique du conduit,  $l$  et  $D$  sont respectivement la longueur et le diamètre du conduit,  $\rho$  est la masse volumique du fluide, et  $v$  est la vitesse de l'écoulement du fluide. Le paramètre  $f$  représente le facteur de frottement qui est généralement déterminé à partir du diagramme de Moody [29].

Les pertes de charges singulières sont exprimées dans l'équation (I.49) et dépendent plus de la géométrie de la conduite que du nombre de Reynolds car les vitesses de fluide sont très élevées pour la plupart des pertes de charge singulières en raison de la section restreinte d'écoulement (régime d'écoulement turbulent).

$$\Delta P_{sing} = K_p \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (I.49)$$

où  $\Delta P_{sing}$  est la perte de charge singulière et  $K_p$  est le coefficient de perte de charge qui peut être déterminé expérimentalement. Dans la littérature, la valeur de  $K_p$  a été déterminée dans plusieurs travaux, notamment dans l'ouvrage de Fitch et Hong [4] où un tableau est donné

listant ses valeurs pour différentes configurations de conduites souvent utilisées dans les systèmes hydrauliques.

## I.5.2 Phénomènes dynamiques dans les conduites

On distingue trois phénomènes dynamiques dans une conduite hydraulique : la compressibilité du fluide, l'inertie du fluide et le coup de bélier.

Les deux premiers phénomènes sont décrits dans les équations (I.50) et (I.51), connues sous le nom de « Wave equations » qui sont issues des équations du mouvement du fluide (équations de Navier-Stokes) et de la conservation de la masse associées à l'équation d'état du fluide, appliquées à un volume infinitésimal de contrôle [4].

$$\text{Masse (compressibilité) :} \quad \frac{\partial P}{\partial t} \frac{1}{B_{ead}} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (\text{I.50})$$

$$\text{Mouvement (inertie) :} \quad \frac{\partial P}{\partial x} \frac{1}{B_{ead}} + \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.51})$$

où  $P$  et  $v$  sont respectivement la pression absolue et la vitesse d'entrée du fluide dans le volume infinitésimal de contrôle de longueur  $\partial x$ . Le paramètre  $B_{ead}$  est le module de compressibilité effectif adiabatique du fluide.

Le coup de bélier, connu en anglais sous le nom de « Water Hammer » est un phénomène qui se produit dans les conduites hydrauliques pour un changement soudain de la vitesse du fluide (fermeture soudaine d'une vanne par exemple). Ce changement soudain de la vitesse engendre une vague de pression qui se propage dans la conduite générant des bruits assimilés à des bruits de coups de marteau dans la conduite. Ce phénomène peut être caractérisé par la pression maximale  $P_{CB}$  de l'équation (I.52) déterminée à partir du principe de conservation de l'énergie appliqué à un déplacement d'une colonne de fluide qui vient heurter une limite solide [3]. Plus la valeur de cette pression est petite, moins important sera le phénomène de coup de bélier.

$$P_{CB} = P_0 + v_0 \rho_0 c \quad (\text{I.52})$$

avec

$$c = \sqrt{B_{ead} / \rho_0}$$

où  $P_0$ ,  $v_0$  et  $\rho_0$  sont respectivement la pression initiale, la vitesse initiale et la masse volumique initiale du fluide. Le paramètre  $c$  correspond à la vitesse du son dans le milieu liquide.

**Remarque I.4 :**

*Les pertes de charges générées par les conduites hydrauliques sont négligeables comparées aux pressions de fonctionnement du circuit. Les phénomènes dynamiques dans les conduites sont également négligeables car ils sont nettement plus rapides que la bande passante visée.*

**I.6 Les autres fonctions hydrauliques****I.6.1 Modèle et paramétrisation de l'échangeur de chaleur**

L'échangeur de chaleur huile/carburant est un dispositif permettant de réchauffer le carburant en le circulant par exemple autour du filtre à huile dans une double chemise. Le carburant est réchauffé dans le but d'éviter le colmatage du filtre à carburant par des particules de glaces. Il existe d'autres configurations d'échangeur de chaleur dans lesquelles le carburant circule dans une conduite autour de laquelle circule l'huile qui est refroidie en même temps (figure I.20).

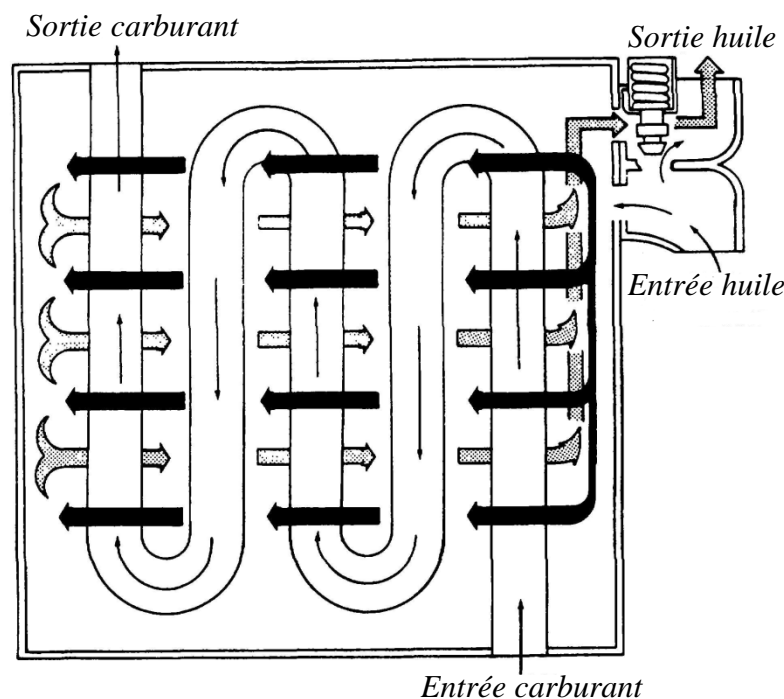


Figure I.20 – Echangeur de chaleur.

La perte de charge générée par l'échangeur de chaleur est négligeable comparée à la différence de pression générée par les autres fonctions hydrauliques. Toutefois, l'échangeur de chaleur est modélisé par l'équation (I.53) établie à partir des relevés expérimentaux (cf. annexe B) issus des essais sur un banc partiel pour un fonctionnement nominal.

$$\Delta P_{ech} = 1,28 \cdot 10^{12} Q_{ech}^2 + 3,41 \cdot 10^7 Q_{ech} - 2,39 \cdot 10^3 \quad (I.53)$$



Cette équation a été déterminée par régression non linéaire appliquée à une courbe caractérisant l'évolution de la pression différentielle  $\Delta P_{ech}(Pa)$  en fonction du débit  $Q_{ech}(m^3/s)$  traversant l'échangeur de chaleur.

## I.6.2 Modèle et paramétrisation du filtre à carburant

Si on analyse les pannes se produisant sur les installations hydrauliques, on constate qu'un grand nombre de celles-ci proviennent du mauvais état du fluide hydraulique. Le fluide sous pression, circulant dans l'installation, véhicule toutes sortes d'impuretés qui peuvent être abrasives ou non abrasives. Dans tous les cas, il faut absolument les éliminer, car elles provoqueront des pannes et une usure anormale des composants amenant rapidement des fuites. C'est le rôle de la filtration.

Le filtre à carburant assure la protection des fonctions hydraulique en aval, particulièrement la pompe HP et le système de dosage, de la pollution. La pompe BP est en amont du filtre de dépollution pour ne pas dégrader les performances d'aspiration. Elle travaille avec un carburant non filtré. La configuration du filtre à carburant varie selon les constructeurs. Un exemple d'un filtre standard est schématisé dans la figure I.21.

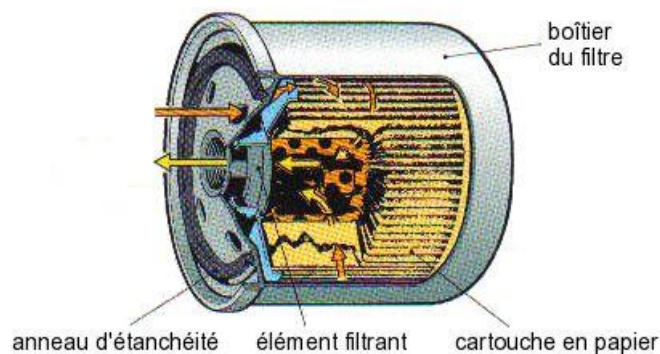


Figure I.21 – Filtre à carburant standard.

La filtration du carburant est réalisée pour un seuil de filtration donné en micromètre (pouvoir d'arrêt absolu). Ce type de dispositif est généralement accompagné de moyens de surveillance à seuil fixe tel que des Mano-contacteurs électriques qui se déclenchent pour un seuil de pré-colmatage donné (indication par alarme à l'avionique), ou de moyens de surveillance par transmetteurs de pression et température. Le filtre à carburant peut également intégrer un clapet de dérivation qui s'ouvre si l'on dépasse un seuil de colmatage.

Comme pour l'échangeur de chaleur, le filtre à carburant génère une perte de charge négligeable comparée à la différence de pression générée par les autres fonctions hydrauliques. Toutefois, le filtre est modélisé par l'équation (I.54) établie à partir des relevés d'essais expérimentaux fournis par Turbomeca.

$$\Delta P_F = (4,8054 \cdot 10^6 - 2,8667 \cdot 10^4 \cdot T) Q_F \quad (\text{I.54})$$

Cette équation a été déterminée par régression linéaire appliquée à un réseau de courbes caractérisant l'évolution de la pression différentielle  $\Delta P_F (Pa)$  en fonction du débit  $Q_F (m^3/s)$  pour différentes températures  $T (^\circ C)$  du carburant traversant le filtre.

### I.6.3 Modèle et paramétrisation des injecteurs

Les injecteurs du circuit carburant permettent la pulvérisation du carburant dans la chambre de combustion pour une combustion stable et efficace. La configuration du circuit carburant étudiée se compose de deux systèmes d'injection : le système d'injection principal et le système d'injection de démarrage.

Le système d'injection principal est constitué d'une restriction, d'une conduite d'alimentation interne et d'un ensemble d'injection centrifuge. Cet ensemble fournit une alimentation radiale du carburant et est relié au circuit carburant par la conduite hydraulique interne en passant par la restriction. Le rôle de cette restriction est d'augmenter la pression amont afin d'améliorer le fonctionnement de l'ensemble des pompes et du système de dosage. L'ensemble d'injection centrifuge se compose d'un distributeur fixe et d'une roue d'injection. Le distributeur est percé d'orifices qui délivrent le carburant à la roue. La roue d'injection, montée entre le compresseur et l'arbre de la turbine du générateur de gaz, est également percée de trous qui forment des jets de pulvérisation de carburant. L'étanchéité entre le distributeur et la roue est assurée par des joints sous pression en forme de labyrinthe.

Le système d'injection de démarrage est constitué de deux injecteurs simples permettant la pulvérisation du carburant dans la chambre d'injection durant le début de la phase de démarrage du turbomoteur. La flamme produite par l'injection de démarrage, enflamme le combustible pulvérisé par la roue centrifuge d'injection. Pour une vitesse de rotation du générateur de gaz  $NG > 45\%$ , l'alimentation en carburant des injecteurs de démarrage est stoppée et l'air en sortie du compresseur à pression  $P3$  est utilisé pour purger les injecteurs afin d'éviter tout risque de carbonisation du carburant résiduel. Des restrictions sont également placées en amont des injecteurs de démarrage.

Un exemple d'un simple injecteur est schématisé dans la figure I.22. Il est constitué d'un solénoïde permettant de contrôler le déplacement du piston en fonction d'un signal de commande électrique et ainsi permettre la pulvérisation du carburant à travers la buse.

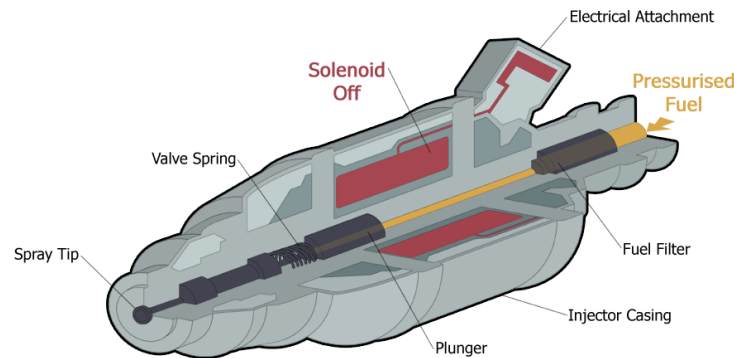


Figure I.22 – Schéma d'un simple injecteur.

Dans notre cas d'étude, les injecteurs de démarrage sont simplement constitués d'un orifice calibré et d'un filtre en amont permettant de retenir les impuretés. Ces injecteurs ainsi que les injecteurs principaux sont caractérisés par l'équation (I.46) de débit d'un orifice à section variable pour  $j = id, ip$ .

La section de passage  $S_{p_j}$  est constante. Les valeurs des sections de passage (tableau I.14) des injecteurs de démarrage et principaux ont été déterminées à partir des relevés d'essais expérimentaux des CCT de Turbomeca.

Paramètres	Désignations	Valeurs
$C_{did}, C_{dip}$	Coefficients de débit des injecteurs	0,7
$S_{pid}$	Section de passage des injecteurs de démarrage	$12,13.10^{-8} m^2$
$S_{pip}$	Section de passage des injecteurs principaux	$240,13.10^{-8} m^2$

Tableau I.14 – Paramètres caractéristiques des injecteurs.

## I.7 Modèles du circuit carburant pour le diagnostic

Deux modèles du circuit carburant sont considérés pour le diagnostic. Le premier modèle est caractérisé par une dynamique du 1<sup>er</sup> ordre du clapet- $\Delta P$  qui correspond au temps de réponse de l'ouverture de ce clapet à une variation de la pression différentielle de la vanne de dosage. Ce temps de réponse est représenté par la constante de temps  $\tau = 30 ms$  fournie par

Turbomeca. Le deuxième modèle est caractérisé par une dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre du clapet- $\Delta P$  qui correspond à l'inertie du clapet, aux frottements visqueux et à la compressibilité du carburant dans les chambres du clapet. Contrairement au premier modèle, le deuxième modèle peut se mettre facilement sous forme de représentation d'état nécessaire à l'application de certaines méthodes de diagnostic dans le chapitre III. De plus, une dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre permet de satisfaire les conditions et hypothèses propres à chaque méthode de diagnostic présentée dans le chapitre II.

Le circuit carburant est modélisé à l'aide de l'outil Simscape sous l'environnement Matlab/Simulink (figure I.23). Mise à part les clapets de purge et les conduites hydrauliques, toutes les fonctions hydrauliques du circuit carburant de la figure I.2 sont modélisées par des blocs (magenta) Simscape dédiés. Chaque bloc est caractérisé par les équations non linéaires de la fonction hydraulique associée et est paramétré avec les valeurs identifiées précédemment. Ces blocs sont interconnectés par des lignes de transmission de puissance hydrauliques afin d'obtenir le modèle complet du circuit.

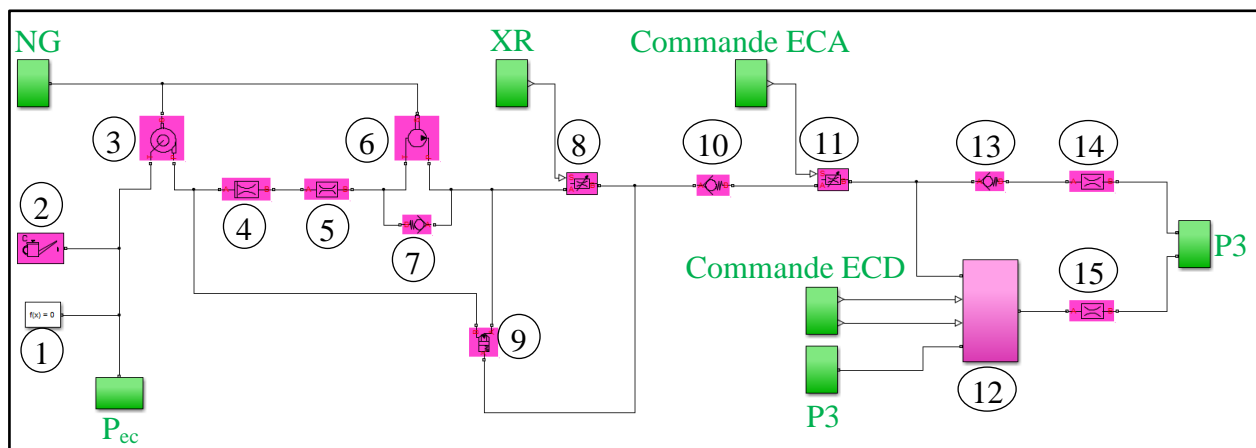


Figure I.23 – Schéma du modèle Simscape du circuit carburant.

Les composants du modèle Simscape du circuit carburant sont identifiés dans le tableau suivant :

N°	Composants
1	Solveur
2	Propriétés du carburant
3	Pompe BP
4	Echangeur de chaleur
5	Filtre à carburant
6	Pompe HP
7	Clapet de surpression
8	Vanne de dosage
9	Clapet- $\Delta P$ simplifié (modèle du 1 <sup>er</sup> ordre ou du 4 <sup>ème</sup> ordre)
10	Clapet de niveau additionnel
11	Electro-clapet d'arrêt
12	Electro-clapet de démarrage
13	Clapet de niveau
14	Injecteurs principaux
15	Injecteurs de démarrage

Tableau I.15 – Composants du modèle Simscape du circuit carburant.

Le bloc Solveur (1) permet de configurer les paramètres de simulation. Les blocs verts correspondent aux entrées (pression d'entrée carburant  $P_{ec}$ , vitesse de rotation du générateur de gaz  $NG$ , position résolveur  $XR$  et pression en sortie du compresseur  $P3$ ) du modèle du circuit ainsi qu'aux entrées de commande des électro-clapets de démarrage et d'arrêt. Afin de relever les valeurs des pressions et débits du modèle du circuit, des blocs assurant la fonction de capteur de pression et de débit sont ajoutés et connectés aux lignes de transmission sur lesquelles les mesures doivent être réalisées. Pour une meilleure lisibilité, les capteurs n'ont pas été représentés dans le schéma de la figure I.23.

Le modèle Simscape servira de banc de simulation lors des applications des méthodes de diagnostic dans le chapitre III. Ce modèle peut être caractérisé par une dynamique du 1<sup>er</sup> ou du 4<sup>ème</sup> ordre du clapet- $\Delta P$ .

### I.7.1 Modèle du circuit carburant avec une dynamique du 1<sup>er</sup> ordre du clapet- $\Delta P$

Le modèle du circuit carburant est caractérisé ici par une dynamique du 1<sup>er</sup> ordre du clapet- $\Delta P$  correspondant à une constante de temps  $\tau = 30 \text{ ms}$  qui traduit le phénomène de frottement visqueux. En négligeant la masse de l'équipage mobile du clapet, l'équation (I.41) se réécrit :

$$\sigma_2 \dot{x}_d = -kx_d - kx_0 + \Delta P_D \cdot S_m \quad (I.55)$$

En appliquant la transformée de Laplace à l'équation (I.55), nous obtenons la fonction de transfert du déplacement du piston du clapet par rapport à la variation de la pression différentielle de la vanne de dosage :

$$x_d(p) = \frac{-x_0 + \frac{S_m}{k} \Delta P_D(p)}{\frac{\sigma_2}{k} p + 1} \quad (I.56)$$

où  $p$  est la constante de Laplace.

Par identification, la constante de temps de cette fonction de transfert est  $\tau = \sigma_2/k = 30 \text{ ms}$ . Nous obtenons ainsi la valeur du coefficient de frottement visqueux  $\sigma_2 = 947,1 \text{ N/m.s}^{-1}$ .

Pour un écoulement incompressible dans les conduites et pour un fonctionnement nominal (sans défauts), sous l'hypothèse de pertes de charge négligeables de l'échangeur de chaleur et du filtre à carburant, les lois des nœuds et de conservation de débit permettent d'établir les égalités des équations suivantes :

$$Q_{HP} = Q_D + Q_{C\Delta P} \quad (I.57)$$

$$\Delta P_D - \Delta P_{HP} = \Delta P_e \quad (I.58)$$

$$\Delta P_{C\Delta P} = \Delta P_{HP} \quad (I.59)$$

avec :  $\Delta P_e = PSBP - PSD$ .

En considérant comme vecteur d'état la variable  $x_d$  et comme vecteur d'entrée de commande  $u = (u_1 \ u_2)^T = (NG \ S_{fictive}(XR))^T$ . L'établissement de la représentation d'état du modèle nécessite d'exprimer la variable de pression différentielle  $\Delta P_D$  dans l'équation (I.55) en fonction de la variable d'état  $x_d$ , de l'entrée de commande  $u$  et du paramètre variant dans le temps  $\Delta P_e$  (dont la valeur est supposée connue).

En remplaçant les variables de débits par leurs expressions dans l'équation (I.57), nous avons :

$$\begin{aligned} & Cy.NG - k_f \Delta P_{HP} \\ &= S_{fictive}(XR) \sqrt{\frac{2}{\rho} |\Delta P_D|} \cdot \text{sign}(\Delta P_D) \\ &+ C_{dC\Delta P} \cdot S_{pC\Delta P} ([x_d]_e) \sqrt{\frac{2}{\rho} |\Delta P_{C\Delta P}|} \cdot \text{sign}(\Delta P_{C\Delta P}) \end{aligned} \quad (I.60)$$

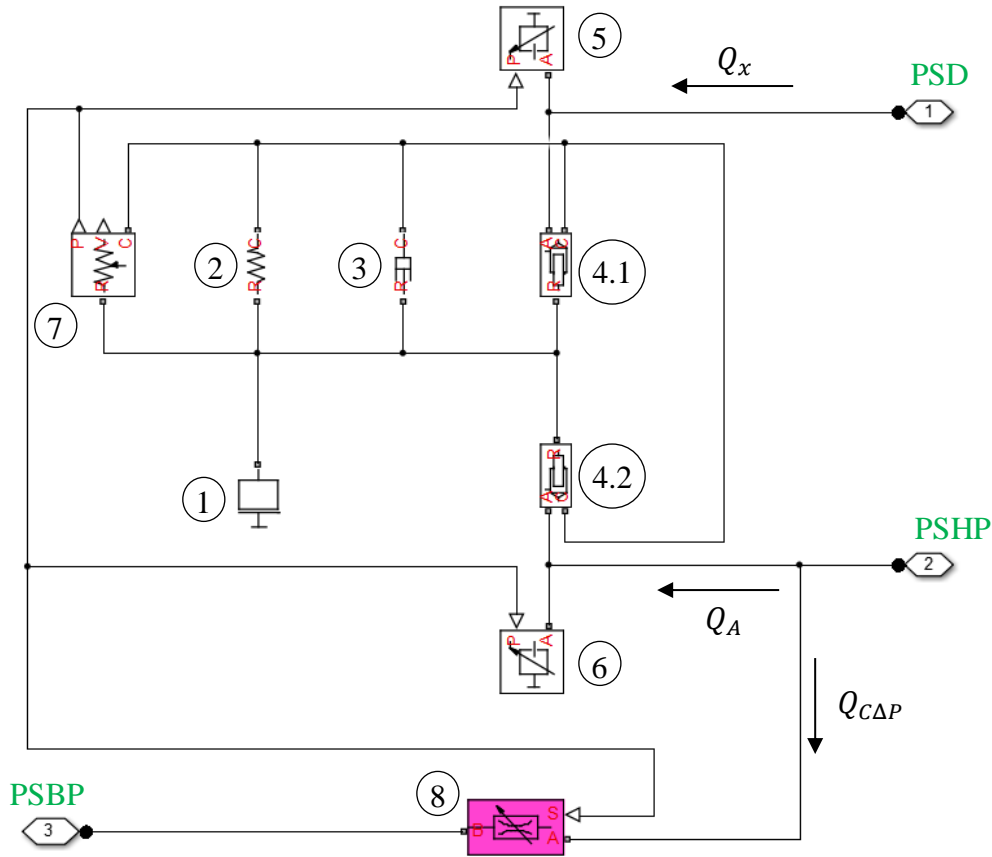
En prenant en compte les égalités des équations (I.58) et (I.59), l'équation (I.60) se réécrit :

$$\begin{aligned} & Cy.NG - k_f(\Delta P_D - \Delta P_e) \\ &= S_{fictive}(XR) \sqrt{\frac{2}{\rho} |\Delta P_D|} \cdot \text{sign}(\Delta P_D) \\ &+ C_{d_{C\Delta P}} \cdot S_{p_{C\Delta P}}([x_d]_e) \sqrt{\frac{2}{\rho} |\Delta P_D - \Delta P_e|} \cdot \text{sign}(\Delta P_D - \Delta P_e) \end{aligned} \quad (I.61)$$

Afin d'obtenir l'expression requise de la pression différentielle  $\Delta P_D$ , il suffit de résoudre une équation du 4<sup>ème</sup> degré à une inconnue ( $\lambda = \sqrt{\Delta P_D}$ ). Cependant la solution obtenue (sous Matlab) pour cette équation est très complexe. Ce qui donne une forme de représentation d'état difficile à exploiter au regard des méthodes de diagnostic en raison de la complexité de l'expression de la fonction d'état  $f(x, u)$ . C'est pourquoi nous nous sommes orientés vers une dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre du clapet qui permet d'obtenir une représentation d'état beaucoup plus simple.

### **I.7.2 Modèle du circuit carburant avec une dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre du clapet- $\Delta P$**

Le modèle du circuit carburant est caractérisé ici par une dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre du clapet- $\Delta P$  dont le modèle Simscape est schématisé dans la figure I.24 où l'on retrouve les différents composants, à savoir, la masse (1), le ressort (2), l'amortisseur (3) pour caractériser les frottements visqueux et la membrane de détection côté pression de contrôle (4.1) et côté pression d'entrée (4.2) séparant les deux chambres à volume variable (5) et (6). Le signal de déplacement du clapet dont les valeurs sont relevées par le capteur (7), permet de commander l'ouverture de l'orifice de passage (8) et la variation des volumes dans les chambres.


 Figure I.24 – Schéma du modèle Simscape du clapet- $\Delta P$  simplifié.

Le signe des débits  $Q_A$  et  $Q_X$  dans les chambres dépend du sens de déplacement du piston du clapet- $\Delta P$ . Pour un écoulement incompressible dans les conduites et pour un fonctionnement nominal (sans défauts), les lois des nœuds et de conservation de débit permettent d'établir les égalités des équations suivantes :

$$Q_A = Q_{HP} - Q_D - Q_{C\Delta P} \quad (I.62)$$

$$Q_X = Q_D - Q_{CNA} \quad (I.63)$$

Il est possible d'extraire des deux équations précédentes et des équations (I.41) – (I.43) la représentation d'état du modèle du circuit (avec :  $Q_A = Q_{P_E}$ ,  $Q_X = Q_{P_C}$ ,  $PSHP = P_E$  et  $PSD = P_C$ ).

En considérant comme vecteur d'état :

$$x = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4)^T = (x_d \ \dot{x}_d \ PSD \ PSHP)^T \quad (I.62)$$

et comme vecteur d'entrée :

$$u = (u_1 \ u_2)^T = (NG \ S_{fictive}(XR))^T \quad (I.63)$$

le modèle d'état nominal (sans défauts) se met sous la forme :



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{\sigma_2}{m}x_2 + \frac{S_m}{m}(x_4 - x_3) - \frac{kx_0}{m} \\ \dot{x}_3 = \frac{B_{ead}(x_3)}{V_{x_{30}} - S_mx_1}(S_mx_2 + Q_D^{nom}(x_3, x_4, u_2) - Q_{CNA}^{nom}(x_3)) \\ \dot{x}_4 = \frac{B_{ead}(x_4)}{V_{x_{40}} + S_mx_1}(-S_mx_2 + Q_{HP}^{nom}(x_4, u_1) - Q_D^{nom}(x_3, x_4, u_2) - Q_{CAP}^{nom}(x_1, x_4)) \end{cases} \quad (I.64)$$

avec les débits nominaux des fonctions hydrauliques exprimés, sous l'hypothèse d'un écoulement turbulent du carburant, par :

$$Q_D^{nom}(x_3, x_4, u_2) = u_2 \sqrt{\frac{2}{\rho}} |x_4 - x_3|. \text{sign}(x_4 - x_3) \quad (I.65)$$

$$Q_{CNA}^{nom}(x_3) = C_{d_{CNA}} \cdot S_{p_{CNA}}(x_3) \sqrt{\frac{2}{\rho}} |x_3 - PSCNA|. \text{sign}(x_3 - PSCNA) \quad (I.66)$$

$$Q_{HP}^{nom}(x_4, u_1) = C_y \cdot u_1 - k_f^{nom}(x_4 - PSBP) \quad (I.67)$$

$$Q_{CAP}^{nom}(x_1, x_4) = C_{d_{CAP}} \cdot S_{p_{CAP}}(x_1) \sqrt{\frac{2}{\rho}} |x_3 - PSBP|. \text{sign}(x_3 - PSBP) \quad (I.68)$$

où les sections de passage  $S_{p_{CNA}}(x_3)$  du CN et  $S_{p_{CAP}}(x_1)$  du clapet- $\Delta P$  sont respectivement données par les équations (I.46) et (I.44).

Les pressions  $PSCNA$  et  $PSBP$  sont considérées comme des paramètres variant dans le temps dont les valeurs sont connues.

## I.8 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons d'abord présenté le rôle et le fonctionnement du circuit carburant, ainsi que chaque fonction hydraulique qui le compose. Puis, nous avons présenté les modèles caractérisant l'évolution de la différence de pression aux bornes des pompes hydrauliques en fonction du débit les traversant. Nous nous sommes ensuite intéressés à l'analyse du système de dosage de carburant. Ce système est composé de deux vannes montées en parallèle : la vanne doseuse permettant de contrôler le débit pour une consigne de section d'ouverture donnée et le clapet- $\Delta P$  constant permettant de maintenir une différence de pression constante aux bornes de la vanne doseuse afin que le débit dosé soit fonction de la section d'ouverture uniquement. Le clapet- $\Delta P$  joue donc un rôle crucial dans la régulation du carburant. Le modèle du système de dosage a donc été établi prenant en compte différents phénomènes dynamiques liés au fonctionnement du clapet- $\Delta P$ . Les modèles des autres fonctions hydrauliques caractérisant l'évolution du débit en fonction des pertes de charge, ont également été établis.

Finalement, deux modèles du circuit carburant sont considérés pour le diagnostic : un modèle avec une dynamique du 1<sup>er</sup> ordre du clapet- $\Delta P$  et un modèle avec une dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre du clapet- $\Delta P$ . Chaque modèle est représenté à l'aide de l'outil Simscape sous l'environnement Matlab/Simulink pour servir de banc de simulation lors de l'application des méthodes de diagnostic dans le chapitre III. Contrairement au premier modèle, le deuxième modèle dispose d'une expression beaucoup plus simple de la fonction d'état  $f(x, u)$ . De plus, cette dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre vérifie les conditions et hypothèses propres à chaque méthode de diagnostic présentée dans le chapitre II.

# Chapitre II – Diagnostic à base de modèles

## SOMMAIRE

---

II.1	INTRODUCTION .....	58
II.2	RAPPELS .....	59
II.3	LE PROBLEME FONDAMENTAL DE LA GENERATION DE RESIDUS .....	68
II.4	DECOUPLAGE.....	70
II.4.1	Approche analytique .....	70
II.5	LES METHODES DE GENERATION DE RESIDUS .....	75
II.5.1	Estimation paramétrique .....	75
II.5.2	Espace de parité .....	78
II.5.2.1	Systèmes linéaires à temps discret .....	79
II.5.2.2	Systèmes linéaires à temps continu .....	81
II.5.2.3	Systèmes non linéaires à temps continu .....	83
II.5.3	Observateurs.....	85
II.5.3.1	Observateur proportionnel.....	86
II.5.3.2	Observateur à entrées inconnues (UIO) .....	87
II.5.3.3	Observateurs non linéaires à grand gain ou à modes glissants.....	91
II.5.3.4	Structures de banc d'observateurs.....	96
II.5.4	Filtres de Kalman standard / Etendu .....	98
II.5.5	Nouvelle approche de génération de résidus.....	100
II.5.5.1	Platitude différentielle .....	101
II.5.5.2	Génération de résidus à base de modèles plats.....	102
II.6	DIFFERENTIEATEURS NUMERIQUES .....	107
II.6.1	Différentiateur à modes glissants .....	107
II.7	CONCLUSION.....	109

---

## II.1 Introduction

Ce chapitre a pour objet la présentation et la résolution des problèmes liés au diagnostic à base de modèles non linéaires. Nous débutons cette présentation par un rappel sur la modélisation des systèmes non linéaires et sur le concept de diagnostic à base de modèles qui peut être décomposée en trois principales tâches : la détection, la localisation et l'identification des défauts. Dans ce mémoire, seules les deux premières tâches sont considérées et présentées. Ensuite, nous formulons et détaillons le Problème Fondamental de la Génération de Résidus (PFGR) avant de présenter une procédure de découplage basée sur une approche analytique qui permet de dégager un sous espace d'état insensibles aux perturbations et/ou insensible aux défauts. Ensuite, nous détaillons différentes méthodes de génération de résidus développées dans la littérature, à savoir, l'estimation paramétrique, l'espace de parité, les observateurs et les filtres de Kalman. Pour compléter cette étude, nous proposons une nouvelle approche de génération de résidus basée sur la platitude différentielle. La plupart de ces méthodes de génération de résidus requièrent le calcul des dérivées successives d'un signal bruité. Pour clore ce chapitre, une section sera consacrée aux différentiateurs numériques permettant l'estimation de ces dérivées.

## II.2 Rappels

### II.2.1 Les modèles d'état

Les méthodes de diagnostic basées sur la redondance analytique reposent sur la connaissance du modèle du système. Ce modèle est représenté sous forme de relations analytiques (statiques ou dynamiques) liant les variables de description du système. Il permet de reproduire le comportement du système et ainsi estimer l'évolution des variables internes et/ou externe.

Dans le cadre de l'étude des systèmes dynamiques continus et invariants dans le temps, nous considérons les modèles de comportement représentés par des équations différentielles, c'est-à-dire les modèles s'écrivant sous la forme d'état :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ ,  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  représentent respectivement les vecteurs d'état, d'entrée de commande et de sorties mesurées.  $f(\cdot)$  et  $h(\cdot)$  sont des vecteurs de fonctions analytiques non linéaires.

Le modèle non linéaire de l'équation (II.1) peut, dans certains cas, être ramené à un modèle affine en la commande :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + \sum_{i=1}^m g_i(x(t))u_i(t) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

où  $g_i(\cdot)$  est un vecteur de fonctions analytiques non linéaires.

Dans notre étude, le comportement du circuit carburant réduit est représenté par ce type de modèle comme indiqué dans l'équation (I.64).

En plus de l'entrée de commande, il est primordial de modéliser les entrées des défauts et perturbations afin de mener à bien le processus de diagnostic des systèmes.

Trois classes de défauts [30] sont distinguées en fonction de l'élément du système qu'ils affectent :

- Un *défaut capteur* est une variation anormale d'une mesure, telle qu'une erreur systématique entachant subitement les données issues d'un transmetteur de pression.

- Un *défaut actionneur* représente un dysfonctionnement d'un dispositif agissant sur la dynamique du système, par exemple un défaut dans le moteur pas à pas servant à actionner la vanne de dosage.
- Un *défaut composant du système* correspond à des changements dans les paramètres internes du système qui entraînent une modification de sa dynamique, tel qu'une fuite dans un des composants du circuit carburant. Ce sont ces types de défauts qui sont considérés dans notre étude.

L'évolution temporelle d'un défaut peut se présenter sous trois formes différentes (figure II.1) : abrupte, progressive (graduelle) ou encore intermittente [31].

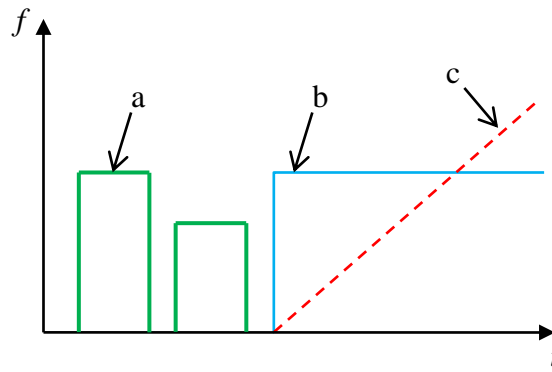


Figure II.1 – Evolution temporelle des défauts : (a) intermittente; (b) abrupte; (c) progressive

Aux entrées de défaut, s'ajoutent les entrées de perturbations qui peuvent également modifier le comportement du système. Ces perturbations se caractérisent par des grandeurs ayant une action inconnue sur le système. Elles ont généralement pour origine les erreurs de modélisation et les bruits de mesure.

En prenant en compte les modèles des défauts et perturbations que peut subir un système, le modèle d'état de l'équation (II.2) est réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + \sum_{k=1}^{m_s} g_{s_k}(x(t))f_{s_k}(t) + \sum_{i=1}^m g_i(x(t)) (u_i(t) + f_{a_i}(t)) + D_x(x(t))d(t) \\ y(t) = h(x(t)) + \sum_{j=1}^p g_{c_j}f_{c_j}(t) + D_y(x(t))d(t) \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

$f_s(t)$ ,  $f_a(t)$  et  $f_c(t)$  représentent respectivement les vecteurs constitués des défauts composant du système, actionneur et capteur.  $d(t)$  est le vecteur de perturbations.  $g_s(\cdot)$ ,  $D_x(\cdot)$ ,  $D_y(\cdot)$

sont des vecteurs de fonctions analytiques non linéaires.  $g_{c_j}$  est une fonction analytique non linéaire représentant le  $j^{ème}$  élément d'une matrice diagonale.

Dans certains cas d'étude, à l'aide d'une augmentation d'état, il est possible de ramener toute entrée inconnue de l'équation de sortie vers l'équation d'état du système [32] [33]. Ainsi, le modèle d'état se réduit à la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + \sum_{i=1}^m g_i(x(t))u_i(t) + \sum_{i=1}^{m+m_s+p=m_f} P_i(x(t))f_i(t) + \sum_{i=1}^{m_d} D_i(x(t))d_i(t) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (II.4)$$

où  $f(t)$  est le vecteur composé par tous les défauts (capteur, actionneur et composant du système),  $d(t)$  le vecteur de perturbations et  $P(x(t))$ ,  $D(x(t))$  les matrices qui les pondèrent.

## II.2.2 Le diagnostic à base de modèles

Le diagnostic à base de modèles fait appel à la redondance d'informations présente sur un système. Cette redondance se distingue en deux approches [34] : la redondance physique et la redondance analytique. La figure II.2 illustre le concept de ces deux approches.

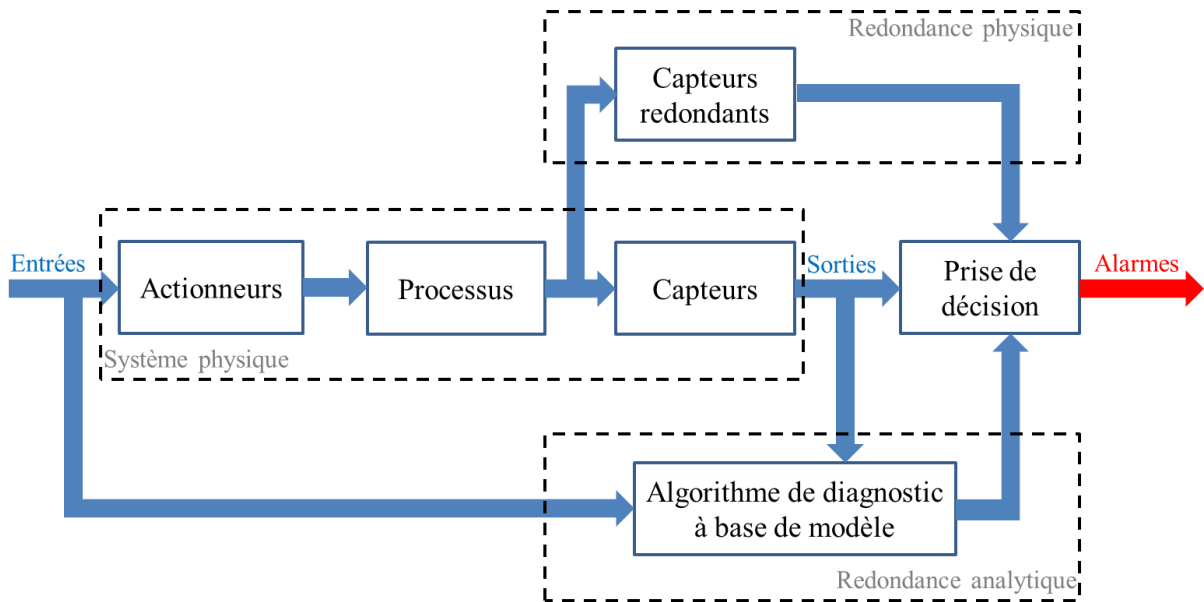


Figure II.2 - Redondance physique et analytique

La redondance physique (ou matérielle) est basée sur l'utilisation de plusieurs capteurs, actionneurs, processeurs et logiciels pour mesurer et / ou contrôler une variable particulière. Typiquement, un principe de vote est appliqué aux variables redondantes pour déterminer la présence ou non d'un défaut, son instant d'apparition et son emplacement probable parmi les

composants redondants du système. Cette approche, fiable et simple à implanter, est fréquemment utilisée pour les systèmes critiques tels que les avions ou les centrales nucléaires. Les principaux inconvénients de cette approche sont les coûts importants des équipements redondants, l'augmentation de masse et l'espace supplémentaire nécessaire pour leur implantation.

Afin de réduire le coût et la quantité des équipements redondants et garantir la fiabilité de détection et de localisation des défauts, un complément à la redondance physique est d'exploiter les relations de redondance analytique liant les variables connues du système (relations d'entrée/sortie ou de sortie/sortie). Le principe de la redondance analytique repose sur l'utilisation d'un modèle mathématique du système à surveiller. La démarche générale consiste à comparer le fonctionnement réel du système à un fonctionnement estimé, attendu en l'absence de défauts. La comparaison peut être effectuée dans l'espace des variables externes (sorties), ou dans l'espace décrivant l'état interne (états/paramètres) du système. Des signaux indicateurs de défaut, appelés résidus, sont ainsi générés. Ces signaux sont ensuite utilisés pour un test de décision de façon à fournir le message d'alarme. Ils auraient une valeur inférieure à une valeur seuil en l'absence de défaut, et dépasseront ce seuil en présence de certain type de défauts.

Le diagnostic de défauts basé sur l'utilisation de modèles peut donc être divisé en deux étapes principales : la génération de résidus (propre à la méthode utilisée) et la prise de décision. A travers ces deux étapes le système de diagnostic doit garantir les tâches de détection et de localisation des défauts.

### II.2.3 La détection

La tâche de détection consiste à déterminer l'apparition et l'instant d'occurrence d'un défaut qui sera détectable si au moins un résidu permet de le détecter. La méthode de détection la plus simple est de comparer une caractéristique statistique des résidus (moyenne ou écart type) à un seuil. Une alarme est déclenchée à chaque dépassement de ce seuil.

Généralement, les tests statistiques supposent une distribution gaussienne pour les résidus qui suivent une loi normale avec une valeur moyenne nominale  $\bar{r}$  et une variance nominale  $\sigma_0^2$ . Considérons un signal de résidu scalaire  $r(t)$  dont la moyenne est égale à :

- $\bar{r} = \mu_0$  en l'absence de défaut
- $\bar{r} = \mu_1$  en présence de défaut



Un test statistique est alors réalisé à chaque pas de temps entre les deux hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \bar{r} = \mu_0 \\ \mathcal{H}_1 : \bar{r} = \mu_1 \end{cases}$$

Le passage d'une hypothèse à l'autre est réalisé en comparant, à chaque pas de temps, la valeur de la moyenne du résidu à un seuil fixé a priori (ou estimé en ligne). Il existe quatre situations de décision, selon la correspondance entre l'hypothèse vraie et celle choisie par le test, comme résumé dans le tableau II.1.

	Décision $\mathcal{H}_0$	Décision $\mathcal{H}_1$
<b><math>\mathcal{H}_0</math> vraie (absence de défaut)</b>	Bonne décision	Fausse alarme
<b><math>\mathcal{H}_1</math> vraie (présence de défaut)</b>	Non détection	Bonne décision

Tableau II.1 Situations de décision pour un test statistique

Les objectifs opposés de minimisation des fausses alarmes et des non détections sont un des principaux problèmes posé lors du réglage d'un seuil ou des paramètres d'un test statistique. Il existe dans la littérature plusieurs méthodes permettant de détecter le changement abrupt d'une caractéristique statistique d'un signal. Ces méthodes varient de la plus simple logique à base de seuil (fixe ou adaptatif) aux mécanismes plus complexes tels que le test séquentiel de Wald, de Pearson, ou de CUSUM (sommées cumulatives) [35] [36] [37].

Il est à noter que le résidu n'est pas nécessairement gaussien, notamment lorsque des modèles non linéaires sont impliqués. Afin de permettre aux tests statistiques cités ci-dessus de s'appliquer, l'approche *asymptotique locale* [38] définit le résidu modifié, calculé à partir de  $N$  observations :

$$r_{loc} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^N r(t)$$

Sous de faibles hypothèses sur les propriétés statistiques de  $r$ ,  $r_{loc}$  est approximativement gaussien pour  $N$  suffisamment élevé (variante du théorème de la limite centrale). Le temps de calcul de  $r_{loc}$  peut toutefois impliquer un léger retard à la détection.

## II.2.4 La localisation

Lorsqu'un défaut est détecté, une procédure de localisation (ou isolation) est utilisée pour déterminer l'origine de celui-ci. A la différence de la détection où un seul résidu est à la limite nécessaire, la procédure de localisation nécessite un ensemble (un vecteur) de résidus. Pour

pouvoir localiser efficacement le ou les défauts, le vecteur de résidus doit avoir un certain nombre de propriétés permettant de caractériser de manière unique chaque défaut. De façon générale, on forme en premier lieu les résidus dits de "base" qui dépendent a priori de  $q$  défauts. Soient:

$$r_i = l(f_1, f_2, \dots, f_{m_f}) \quad i = 1, \dots, q$$

où  $f_i$  est un défaut ou une entrée inconnue. Chaque résidu étant généralement affecté par différents défauts, dans le cas linéaire la localisation se ramène à une méthode d'élimination par combinaisons linéaires afin d'obtenir des résidus ne dépendant que d'un défaut. Ainsi, on aboutit à deux types de résidus [39] : les résidus structurés et directionnels.

#### II.2.4.1 Les résidus structurés

La conception de tels résidus comporte deux étapes. Tout d'abord, il convient de définir les sensibilités (resp. insensibilités) désirées des résidus par rapport aux différents défauts à (resp. à ne pas) détecter. Puis, en fonction de ces contraintes, il faut définir le générateur de résidus adéquat.

**Définition II.1 :** *La structure d'un résidu  $r_i$  par rapport à un ensemble de défauts  $\{F\}$  de dimension  $m_f$  est le mot binaire  $M_{r_i}$  composé de  $m_f$  bits  $(M_{i,j})$  positionnés de la manière suivante :*

- $M_{i,j} = 1$  si le résidu  $r_i$  est affecté par le  $j^{\text{ème}}$  élément de  $\{F\}$
- $M_{i,j} = 0$  si le résidu  $r_i$  n'est pas affecté par le  $j^{\text{ème}}$  élément de  $\{F\}$

Les résidus structurés sont conçus de manière à être sensibles à un sous-ensemble de défauts et robustes par rapport aux défauts restants (figure II.3). Lorsqu'un défaut apparaît, seul un sous-ensemble de résidus réagit.

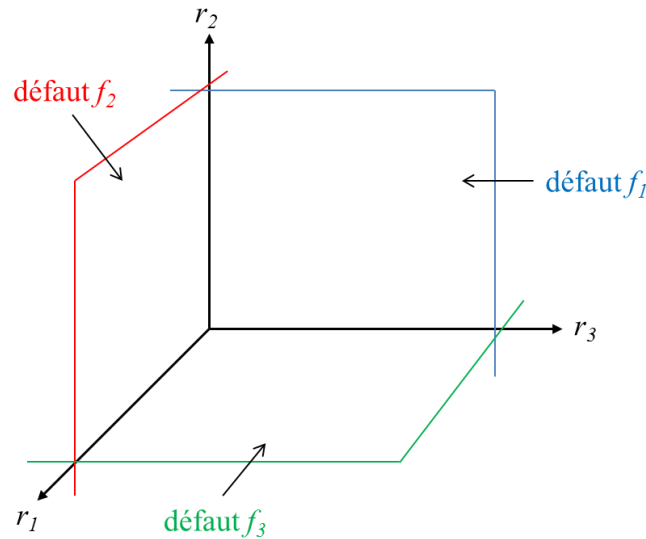


Figure II.3 – Résidus structurés

Les informations de sensibilité et de robustesse souhaitées pour les résidus sont représentées dans une table binaire, appelée table des signatures théoriques. Celle-ci est construite de la manière suivante : lorsque le  $i^{\text{ème}}$  résidu est sensible (resp. robuste) au  $j^{\text{ème}}$  défaut, alors la valeur binaire 1 (resp. 0) est affectée à la ligne et à la colonne correspondante.

L'ensemble des résidus structurés est construit en respectant la procédure suivante :

1. Fixer la table des signatures théoriques que l'on souhaite obtenir.
2. Construire un vecteur de résidus ayant les propriétés désirées.
3. Si l'obtention d'un vecteur de résidus ayant les propriétés imposées par la table des signatures théoriques n'est pas possible, alors de nouvelles spécifications de sensibilité et robustesse doivent être proposées.

Lorsque la table des signatures théoriques est construite, une procédure de détection, appliquée à chaque résidu, permet d'obtenir la signature réelle des résidus à un instant donné. Si cette signature est nulle, alors aucun résidu ne permet de détecter le défaut. Le système sera donc déclaré sain. Si un défaut survient, au moins un résidu le détectera, la signature réelle deviendra non nulle. La procédure de localisation consistera alors à comparer la signature booléenne du résidu aux signatures de la table des signatures théoriques.

**Définition II.2 :** *Un défaut est structurellement localisable si toutes les colonnes de la table de signatures théoriques sont différentes.*

La table de signatures théoriques doit être proposée de telle façon que le vecteur de résidus structurés correspondant soit calculable et que les propriétés d'isolabilité soient les plus

intéressantes possibles. La qualité de l'isolabilité de la table est donnée par l'ordre de localisabilité défini comme suit.

**Définition II.3 :** *Un défaut est localisable d'ordre  $k$  si sa distance de Hamming (nombre de bits différents) par rapport à la signature du défaut le plus proche est de  $k$  bits.*

Nous allons illustrer ce propos à travers un exemple simple.

**Exemple II.1 :** *Supposons que nous ayons généré trois résidus  $r_1$ ,  $r_2$  et  $r_3$  à partir d'un système soumis à trois défauts  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$ . La figure II.4 représente des tables de quatre ensembles de signatures théoriques ayant des propriétés d'isolabilité différentes.*

	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$r_1$	1	1	0
$r_2$	1	1	1
$r_3$	0	0	1

(a)

	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$r_1$	1	1	0
$r_2$	1	0	1
$r_3$	0	0	1

(b)

	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$r_1$	1	1	0
$r_2$	1	0	1
$r_3$	0	1	1

(c)

	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$r_1$	1	0	0
$r_2$	0	1	0
$r_3$	0	0	1

(d)

Figure II.4 – Tables de signatures de trois résidus pour trois défauts

La table (a) illustre le cas de deux défauts non isolables ( $f_1$  et  $f_2$  possèdent la même signature). La table (b) illustre l'exemple où les défauts  $f_1$  et  $f_2$  sont isolables d'ordre 1 (un seul bit est différent entre la signature de  $f_1$  et celle de  $f_2$ ). Les tables (c) et (d) montrent des défauts isolables d'ordre 2. Malgré un indice d'isolabilité identique entre les tables (c) et (d), la table (d) sera la plus simple à traiter. D'une manière générale, lorsque deux tables de signatures théoriques ont le même ordre d'isolabilité, la table retenue est celle qui contient le plus de zéros.

#### II.2.4.2 Les résidus directionnels

Les résidus directionnels représentent une autre possibilité pour réaliser la tâche de localisation de défauts. Ils sont construits tels que, en réponse à un défaut donné, le vecteur des résidus soit orienté suivant une direction bien précise de l'espace des résidus (Figure II.5).

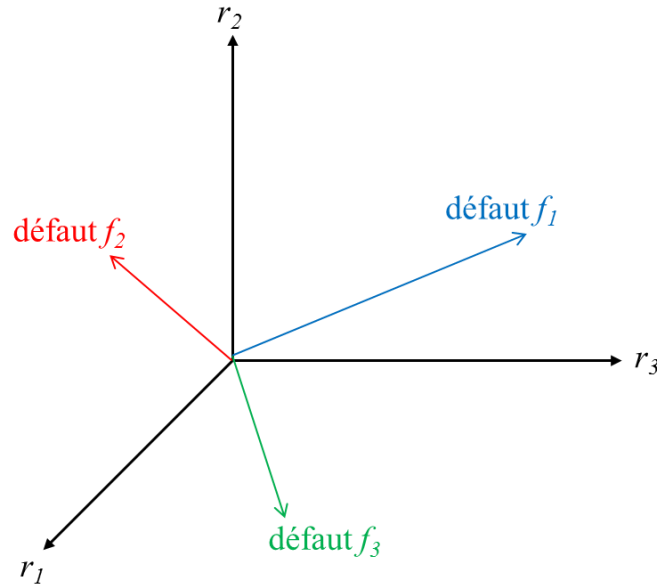


Figure II.5 – Résidus directionnels

Le vecteur de résidus directionnels  $\vec{r}(t)$ , en réaction à un défaut  $f_i(t)$  ( $i = 1, \dots, q$ ), s'exprimera sous la forme :

$$\vec{r}(t/f_i) = \alpha_i(t)\vec{\rho}_i \quad i \in \{1, 2, \dots, m_f\}$$

où  $\vec{\rho}_i$  est un vecteur constant appelé signature directionnelle du défaut  $i$  dans l'espace des résidus, et  $\alpha_i(t)$  est une fonction scalaire qui dépend de la taille et de la dynamique du défaut [40]. La tâche de la localisation du défaut se réduit à présent à la détermination de la signature théorique la plus proche de la signature réelle obtenue par le calcul des résidus.

La figure II.6 illustre le problème de localisation de défaut en utilisant des résidus directionnels. Les trois vecteurs des signatures théoriques sont représentés en traits pointillés et la signature réelle du résidu en trait plein. Cette signature est proche de la signature théorique du défaut  $f_2$ . Il est donc probable que ce défaut soit présent sur le système.

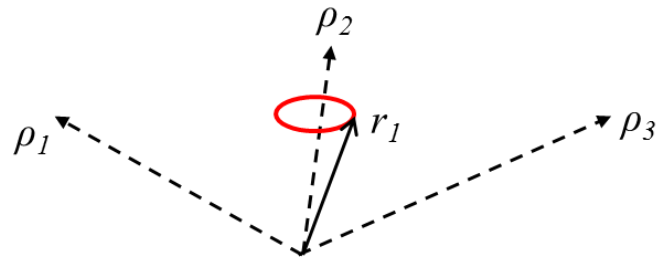


Figure II.6 – Résidus directionnels pour la localisation

Si  $\vec{r}$  ne coïncide pas exactement avec un  $\vec{\rho}_i$  c'est à cause des perturbations. Implicitement, on considère que l'influence des perturbations est petite devant celle des défauts.

Afin de mener à bien les tâches du diagnostic à base de modèles, nous formulons dans la section suivante le problème fondamental de la génération de résidus.

## II.3 Le Problème fondamental de la génération de résidus

Le problème fondamental de la génération de résidus (PFGR) consiste à pouvoir détecter et localiser tous les défauts, quel que soit l'ordre d'apparition à l'aide d'un générateur de résidu (un filtre par exemple). Ce problème a d'abord été étudié dans le cadre des systèmes linéaires [32], puis pour le cas des systèmes non linéaires [41] [42] [43].

### Définition II.4 (PFGR) : [43]

*Considérons un système admettant le modèle général de fonctionnement défaillant :*

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, d, f) \\ y = h(x, u, d, f) \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

*Le PFGR consiste à trouver un filtre de la forme :*

$$\begin{cases} \dot{z} = f_r(z, y, u) \\ r = h_r(z, y, u) \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

*qui respecte les trois conditions suivantes :*

- (i).  $r$  n'est pas affecté, pour tout état initial  $z_0$ , par le signal de perturbation  $d$ .
- (ii).  $r$  est affecté par le signal de défaut  $f$ .
- (iii). Lorsque  $f = 0$ ,  $r$  tend asymptotiquement vers 0,  $\forall (u, z_0, y_0)$

La définition II.4 pose le PFGR de manière très générale. Dans le cas des systèmes d'équations non linéaires affines en la commande, la première et troisième condition sont légèrement modifiées afin de permettre la résolution du PFGR.

Le problème de la génération de résidus pour les systèmes non linéaires est encore un problème largement ouvert. Les travaux les plus récents traitant de ce sujet sont basés sur l'opération de découplage, qui est présentée dans la section II.4.

Considérons un système modélisé sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i + \sum_{i=1}^{m_f} P_i(x)f_i + \sum_{i=1}^{m_d} D_i(x)d_i \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

où  $x$  est le vecteur d'état, défini sur un voisinage  $V$  de l'origine dans  $\mathbb{R}^n$ ,  $u_i$  sont les entrées de commande,  $y$  le vecteur des sorties mesurées,  $f_i$  sont les défauts et  $d_i$  les perturbations. Les fonctions  $f(x)$ ,  $g_i(x)$ ,  $P_i(x)$  et  $D_i(x)$  sont des champs de vecteurs lisses et  $h(x)$  est un vecteur de fonctions lisses.

Pour cette classe de systèmes, le PFGR admet la définition locale suivante :

**Définition II.5 (Local Non Linear Fundamental Problem of Residual Generation (1-NLPFGR)) :** [115]

*Le 1-NLPFGR consiste à trouver un filtre de la forme :*

$$\begin{cases} \dot{z} = f_r(z, y) + \sum_{i=1}^m g_{r_i}(z, y)u_i \\ r = h_r(z, y) \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

où  $z \in \mathbb{R}^s$  avec  $1 \leq s \leq n$ ,  $r \in \mathbb{R}^q$  avec  $1 \leq q \leq p$ .  $f_r$  et  $g_{r_i}$  sont des champs de vecteurs lisses et  $h_r$  est un vecteur de fonctions lisses respectant  $f_r(0,0) = h_r(0,0) = 0$ .

Dans le cas où le modèle du système en cascade (II.7) et (II.8) est défini sur un voisinage  $V^e$  de l'origine  $x^e = (x, z)^T = (0,0)^T$ , ce filtre doit respecter les trois conditions suivantes :

- (i). si  $f = 0$ , alors  $r$  n'est pas affecté par  $u$  et  $d$ . (Robustesse du résidu aux perturbations)
- (ii).  $r$  est affecté par  $f$ . (Sensibilité du résidu aux défauts)
- (iii). Lorsque  $f = 0$ ,  $r$  tend asymptotiquement vers 0,  $\forall (u, d)$ , pour toute condition initiale  $x_0$  et  $z_0$  choisie dans un espace convenable contenant l'origine  $(x, z)^T = (0,0)^T$ . (Stabilité du résidu)

La résolution du PFGR et du 1-NLPFGR nécessite d'introduire l'étape de découplage qui est détaillée dans la section suivante.

## II.4 Découplage

Le découplage consiste à rendre totalement insensible, sous l'action d'un changement de base et d'un retour de sortie (injection de sortie), une partie de l'état (sous-espace d'état) à une entrée préalablement déterminée.

**Définition II.6 :** *Un sous-espace d'état est dit insensible à une entrée s'il existe un changement de base et une injection de sortie assurant une estimation parfaite de l'état associé à ce sous-espace quelle que soit cette entrée.*

Deux approches de découplage sont distinguées dans la littérature : l'approche géométrique et l'approche analytique. L'approche géométrique présentée dans les travaux de De Persis et Isidori [41] [45] [46] est basée sur l'utilisation d'une séquence non-décroissante de distribution invariante (ou de co-distributions) permettant de réaliser le découplage des entrées inconnues. L'approche analytique est basée sur la définition d'un indice caractéristique permettant de choisir la sortie à injecter pour effectuer le découplage des entrées inconnues. Cette dernière est détaillée ici en se basant sur les travaux de Join [47].

### II.4.1 Approche analytique

Cette approche est basée sur le travail d'Alcorta Garcia et Frank [44]. Elle s'appuie sur la théorie de la commande des systèmes non linéaires [48] et prend en considération le modèle non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) + D_x(x(t), u(t))d(t) \\ y_x(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ ,  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  et  $d(t) \in \mathbb{R}^s$  représentent respectivement les vecteurs d'état, d'entrée de commande, de sorties mesurées et d'entrée inconnue (dont les effets sont indésirables).  $f(\cdot)$ ,  $h(\cdot)$  et  $D_x(\cdot)$  sont des vecteurs de fonctions analytiques non linéaires.

L'approche analytique pour le découplage est réalisée sous l'hypothèse :

$$\dim(\text{span}\{D_x\}) = s < p, \forall (x(t), u(t)) \quad (\text{II.10})$$

Cette hypothèse traduit le fait que chaque composante d'état doit être impactée par au moins une composante de l'entrée inconnue et que le nombre des composantes de l'entrée inconnue doit être inférieur au nombre de sorties mesurées afin de réaliser un découplage parfait.



Le découplage du signal  $d(t)$  s'effectue à l'aide d'une récurrence. Nous allons, dans un premier temps, chercher un sous-système d'équations insensible à une première composante de  $d(t)$ . Puis, à partir de celui-ci renouveler l'opération pour une seconde composante et ainsi de suite jusqu'à l'obtention du  $s^{ème}$  sous-système d'équations insensible à toutes les composantes de  $d(t)$ .

Afin de porter un choix sur la sortie à injecter et déterminer la fonction vectorielle traduisant le changement de coordonnées pour le découplage, nous présentons la définition suivante basée sur la définition de l'indice caractéristique donnée dans [49].

**Définition II.7 :** *L'indice caractéristique modifié d'ordre  $i$  associé à la composante  $d_j(t)$ , relativement à l'ouvert  $V$ , noté  $\rho_{mi}^{d_j}$ ,  $i = 1, \dots, p$  est l'unique entier défini par :*

$$\rho_{mi}^{d_j} = \min \left\{ k \in \mathbb{N} \left| \exists \frac{\partial y_{xi}^{(k)}(t)}{\partial d_j(t)} \neq 0, \forall x(t) \in V \right. \right\} \quad (\text{II.11})$$

avec  $y_{xi}^{(k)}(t)$  la dérivée d'ordre  $k$  de la  $i^{ème}$  sortie par rapport au temps et la convention  $\rho_{mi}^{d_j} \rightarrow +\infty$  si  $\frac{\partial y_{xi}^{(k)}(t)}{\partial d_j(t)} \equiv 0$  pour tout  $k \geq 0$ .

D'une manière simple,  $\rho_{mi}^{d_j}$  traduit le nombre de dérivations nécessaire à l'apparition d'un signal  $d_j(t)$  dans l'écriture de la  $i^{ème}$  sortie. Nous associons à  $\rho_{mi}^{d_j}$  le plus petit indice caractéristique modifié solution de :

$$\rho_m^{d_j} = \min_i (\rho_{mi}^{d_j}) \quad (\text{II.12})$$

Les étapes de récurrence permettant le découplage du vecteur  $d(t)$  sont décrites comme suit :

1<sup>ère</sup> étape :

La composante de l'entrée inconnue notée  $d_{k_1}(t)$  possédant le plus petit indice caractéristique modifié  $\rho_m^{d_{k_1}}$  est sélectionnée telle que  $k_1 = \min_j (\rho_m^{d_j}) < +\infty$ . A ce coefficient  $k_1$  est associée une sortie du système d'équations notée  $y_{xd_{k_1}}(t)$  parmi le vecteur de sortie  $y_x(t)$ .

Le modèle (II.9) se réécrit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) + D_{xd_{k_1}}(x(t), u(t))d_{k_1}(t) + \overline{D_{xd_{k_1}}}(x(t), u(t))\overline{d_{k_1}}(t) \\ y_x(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

où  $\overline{d_{k_1}}(t) = (d_1(t) \ \cdots \ d_{k_1-1}(t) \ d_{k_1+1}(t) \ \cdots \ d_s(t))^T$  et  $\overline{D_{x d_{k_1}}}(x(t), u(t))$  la matrice de pondération correspondante.

D'après la théorie de la commande [48], sous certaines hypothèses et conditions, il est possible de définir une transformation d'état appelée difféomorphisme  $\zeta^1(t) = \Phi_{d_{k_1}}(x(t), u(t))$  telle que :

$$\Phi_{d_{k_1}}(x(t), u(t)) = \begin{pmatrix} y_{x d_{k_1}}(t) \\ \vdots \\ y_{\left(\rho_m^{d_{k_1}-1}\right) x d_{k_1}}(t) \\ \text{-----} \\ \phi_{d_{k_1}}(x(t), u(t)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta_{p1}^1(t) \\ \vdots \\ \zeta_{p \rho_m^{d_{k_1}}}^1(t) \\ \text{-----} \\ \zeta_{\phi_{d_{k_1}}}^1(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta_p^1(t) \\ \text{-----} \\ \zeta_{\phi_{d_{k_1}}}^1(t) \end{pmatrix} \quad (\text{II.14})$$

où la fonction vectorielle non linéaire  $\phi_{d_{k_1}}(x(t), u(t))$  vérifie les conditions suivantes :

- (i).  $\text{rang} \left( \frac{\partial}{\partial x} \Phi_{d_{k_1}}(x(t), u(t)) \right) = n, \forall (x(t), u(t))$
- (ii).  $\frac{d}{dt} \phi_{d_{k_1}}(x(t), u(t))$  indépendant de  $d_{k_1}(t)$

Le modèle non linéaire (II.13) s'écrit dans les nouvelles coordonnées de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_{p1}^1(t) = \zeta_{p2}^1(t) \\ \dot{\zeta}_{p2}^1(t) = \zeta_{p3}^1(t) \\ \vdots \\ \dot{\zeta}_{p \rho_m^{d_{k_1}-1}}^1(t) = \zeta_{p \rho_m^{d_{k_1}}}^1(t) \\ \dot{\zeta}_{p \rho_m^{d_{k_1}}}^1(t) = L_f^{\rho_m^{d_{k_1}}} h(x(t)) + L_{D_{x d_{k_1}}} L_f^{\rho_m^{d_{k_1}-1}} h(x(t)) d_{k_1}(t) + \mathcal{O}(x(t), u(t), \overline{d_{k_1}}(t)) \\ \text{-----} \\ \dot{\zeta}_{\phi_{d_{k_1}}}^1(t) = \frac{d}{dt} \phi_{d_{k_1}}(x(t), u(t)) \\ y_x(t) = h \circ \Phi_{d_{k_1}}^{-1}(\zeta^1(t), u(t)) \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

où  $\frac{d}{dt} \phi_{d_{k_1}}(x(t), u(t))$  est une fonction non linéaire de  $\zeta^1(t), u(t), \dot{u}(t)$  et  $\overline{d_{k_1}}(t)$ . La partie de l'état  $\zeta_{\phi_{d_{k_1}}}^1(t)$  est donc insensible à l'entrée inconnue  $d_{k_1}(t)$ .

Le modèle du sous-système d'équations insensible à  $d_{k_1}(t)$  résulte d'une diminution de dimension du modèle (II.15) et s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_{\phi_{d_{k_1}}}^1(t) = f_{d_{k_1}}\left(\zeta_p^1(t), \zeta_{\phi_{d_{k_1}}}^1, u(t), \dot{u}(t)\right) + \overline{D_{x d_{k_1}}}\left(\zeta_p^1(t), \zeta_{\phi_{d_{k_1}}}^1, u(t)\right) \overline{d_{k_1}}(t) \\ \overline{y_{x d_{k_1}}}(t) = h_{d_{k_1}}(\zeta^1(t)) \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

avec  $\overline{y_{x d_{k_1}}}(t)$  l'ensemble des sorties mesurées privées de  $y_{x d_{k_1}}(t)$  :

$$\overline{y_{x d_{k_1}}}(t) = (y_{x1}(t) \quad \cdots \quad y_{x d_{k_1}-1}(t) \quad y_{x d_{k_1}+1}(t) \quad \cdots \quad y_{xp}(t))^T \quad (\text{II.17})$$

L'étape de changement de coordonnées a aussi permis la sélection de la sortie à injecter. Cette injection est finalement effectuée en exprimant le vecteur d'état  $\zeta_p^1(t)$  par le vecteur composé de la sortie  $y_{x d_{k_1}}(t)$  et de ses  $\rho_m^{d_{k_1}} - 1$  dérivées conformément à l'équation (II.14). Ainsi, le modèle (II.16) s'écrit avec son injection de sortie comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_{\phi_{d_{k_1}}}^1(t) = f_{d_{k_1}}\left(\left(y_{x d_{k_1}}(t), \dots, y_{x d_{k_1}}^{(\rho_m^{d_{k_1}}-1)}(t)\right), \zeta_{\phi_{d_{k_1}}}^1, u(t), \dot{u}(t)\right) \\ \quad + \overline{D_{x d_{k_1}}}\left(\left(y_{x d_{k_1}}(t), \dots, y_{x d_{k_1}}^{(\rho_m^{d_{k_1}}-1)}(t)\right), \zeta_{\phi_{d_{k_1}}}^1, u(t)\right) \overline{d_{k_1}}(t) \\ \overline{y_{x d_{k_1}}}(t) = h_{d_{k_1}}(\zeta^1(t)) \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

i<sup>ème</sup> étape :

Le  $i^{\text{ème}}$  découplage est réalisé à partir du modèle du sous-système assurant le découplage d'une partie de l'état de la  $(i-1)^{\text{ème}}$  composante de l'entrée inconnue  $d(t)$  qui s'écrit en se basant sur le modèle (II.16) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_{\phi_{d_{k_i-1}}}^{i-1}(t) = f_{d_{k_i-1}}\left(\zeta_p^{i-1}(t), \zeta_{\phi_{d_{k_i-1}}}^{i-1}, u(t), \dot{u}(t)\right) \\ \quad + \overline{D_{x d_{k_i-1}}}\left(\zeta_p^{i-1}(t), \zeta_{\phi_{d_{k_i-1}}}^{i-1}, u(t)\right) \overline{d_{k_i-1}}(t) \\ \overline{y_{x d_{k_i-1}}}(t) = h_{d_{k_i-1}}(\zeta^{i-1}(t)) \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

A ce stade, le vecteur  $\overline{d_{k_i-1}}(t)$  n'est plus composé que de  $(s - (i-1))$  composantes. Parmi ces composantes, celle dont l'indice caractéristique modifié  $(k_i = \min_j (\rho_m^{d_j}) < +\infty)$  est le plus petit est sélectionnée et est associée à la sortie  $y_{x d_{k_i}}(t)$ .

De la même manière que pour la première étape (II.14), un changement de coordonnées est effectué par le difféomorphisme suivant :

$$\zeta^i(t) = \Phi_{d_{k_i}}(x(t), u(t)) = \begin{pmatrix} y_{xd_{k_i}}(t) \\ \vdots \\ y_{xd_{k_i}}^{(\rho_m^{d_{k_i}}-1)}(t) \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \phi_{d_{k_i}}(x(t), u(t)) \end{pmatrix} \quad (\text{II.20})$$

permettant d'extraire un modèle d'un nouveau sous-système de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_{\phi_{d_{k_i}}}^i(t) = f_{d_{k_i}}\left(\zeta_p^i, \zeta_{\phi_{d_{k_i}}}^i, u(t), \dot{u}(t)\right) \\ \quad + \overline{D_{xd_{k_i}}}\left(\zeta_p^i, \zeta_{\phi_{d_{k_i}}}^i, u(t)\right) \overline{d_{k_i}}(t) \\ \overline{y_{xd_{k_i}}}(t) = h_{d_{k_i}}\left(\zeta^i(t)\right) \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

où le vecteur  $\zeta_p^i$  est exprimé à l'aide d'injections de sortie comme défini dans la première étape.

Pour découpler le signal d'entrée inconnue dans son intégralité, il faut effectuer  $s$  itérations.

Dans le cas où une solution existe, un modèle du sous-système de dimension  $n - \sum_{i=1}^s \rho_m^{d_{k_i}} \geq \dim(\text{span}\{D_x\}) = s$  insensible à  $d(t)$  est représenté par :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_{\phi_{d_s}}^s(t) = f_{d_s}\left(\zeta_p^s, \zeta_{\phi_{d_s}}^s, u(t), \dot{u}(t)\right) \\ \overline{y_{xd_s}}(t) = h_{d_s}(\zeta^s(t), u(t)) \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

où  $\zeta_p^s$  est exprimé par les injection des sorties  $y_{xd_i}(t)$  (pour  $i = 1, \dots, s$ ) et leurs  $(\rho_m^{d_i} - 1)$  dérivées successives.

Dans le cas d'un découplage de perturbations [50], le signal de résidu est généré par la différence entre la sortie mesurée et la sortie estimée par un observateur (ou filtre) construit à partir du modèle du sous-espace d'état insensible à l'intégralité du signal  $d(t)$ . Le découplage permet donc de satisfaire la condition (i) du PFGR et du l-NLPFGR.

Le découplage peut également être utilisé pour l'isolation de défauts multiples. Si les propriétés du système d'équations satisfont les conditions de l'approche analytique, tous les défauts peuvent alors être isolés en construisant, à partir des  $(s - 1)$  sous-espaces insensibles aux composantes du signal de défaut, un ensemble d'observateurs (ou filtres) où chaque résidu issu de chaque observateur (ou filtre) est sensible à au moins une composante du signal de défaut. Ce qui revient à construire un ensemble de résidus structurés.

Dans la section suivante, une étude est réalisée sur les différentes méthodes de génération de résidus à base de modèle linéaire et non linéaire que l'on retrouve dans la littérature. Cette étude est suivie par une nouvelle approche basée sur la platitude différentielle.

## **II.5 Les Méthodes de génération de résidus**

La première démarche dans la mise en œuvre d'un système de diagnostic à base de modèle consiste à générer des signaux de résidus indicateurs de défauts. La qualité de la génération de résidus est un élément essentiel pour garantir les performances d'un système de diagnostic. Il existe de nombreuses méthodes de génération de résidus qui peuvent être classées en trois catégories [30] [34] [51] :

- Les méthodes utilisant l'estimation paramétrique
- Les méthodes utilisant l'espace de parité
- Les méthodes à base d'observateurs

Ces méthodes sont généralement dédiées au cas des systèmes linéaires. Malheureusement, la plupart des systèmes physiques sont souvent caractérisés par un comportement non linéaire. Si le modèle non linéaire peut être linéarisé autour d'un point d'équilibre, alors les méthodes linéaires de génération de résidus pourraient être appliquées. Cependant, la plage de fonctionnement limitée du modèle linéarisé peut conduire à des phénomènes de fausses alarmes et de non détection réduisant ainsi la fiabilité du système de diagnostic.

Dans la littérature, plusieurs travaux ont été réalisés sur les extensions des techniques classiques de génération de résidus au cas des systèmes non linéaires.

Dans les sous-sections qui suivent, nous détaillons chacune des trois principales méthodes de génération de résidus pour les systèmes linéaires et non linéaires. Puis, nous proposons une nouvelle approche de génération de résidus à base de platitude différentielle.

### **II.5.1 Estimation paramétrique**

L'estimation paramétrique est la détermination des valeurs des paramètres qui caractérisent le comportement dynamique du système, en supposant que la structure de celui-ci est connue. Dans le cadre du diagnostic, l'idée de base consiste à estimer les paramètres physiques du système et de les comparer aux paramètres nominaux. Pour cela, un modèle mathématique du système doit d'abord être établi. Ce modèle sera constitué d'un ensemble d'équations algébriques et différentielles avec des coefficients constituant les paramètres du modèle. Ces

paramètres sont estimés à partir des variables d'entrée et de sortie du système. Le vecteur de résidu est finalement obtenu en faisant la différence entre les grandeurs estimées et les valeurs nominales.

Les mesures des entrées et sorties du système sont, en général, perturbées par le bruit. Il est alors nécessaire d'utiliser des méthodes statistiques afin d'aborder le problème de l'estimation paramétrique [64]. Landau [65] considère deux grandes catégories de méthode d'estimation récursive: les méthodes d'estimation basées sur le blanchiment de l'erreur de prédiction et les méthodes basées sur la décorrélation du vecteur d'observation et de l'erreur de prédiction.

Nous présenterons dans cette sous-section une des méthodes d'estimation basées sur le blanchiment de l'erreur de prédiction, à savoir, la méthode des moindres carrés récursifs (M.C.R.) avec facteur d'oubli (approche permettant le diagnostic en temps réel) [66].

Dans le cas des systèmes discrets, l'estimation paramétrique est basée sur la forme de régression linéaire suivante :

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta(k-1) + \varepsilon(k) \quad (\text{II.23})$$

avec :

$$\begin{cases} \varphi^T(k) = [-y(k-1) & \dots & -y(k-n_a) & u(k-n_k) & \dots & u(k-n_k-n_b+1)] \\ \theta(k-1) = [a_1 & \dots & a_{n_a} & b_1 & \dots & b_{n_b}]^T \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

où  $\varphi(k)$  représente le vecteur d'informations contenant l'ensemble des mesures passées,  $\theta(k)$  est le vecteur des paramètres variant dans le temps,  $u(k)$  et  $y(k)$  sont respectivement l'entrée et la sortie du modèle et  $\varepsilon(k)$  représente l'erreur de prédiction. Les entiers  $n_a$ ,  $n_b$  représentent les ordres du modèle pour la sortie et l'entrée et  $n_k$  représente le retard entre l'entrée et la sortie du modèle.

La forme récursive de l'algorithme des moindres carrés avec facteur d'oubli exponentiel [67] est donnée par :

$$\begin{cases} \hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)\varepsilon(k) \\ \varepsilon(k) = y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta}(k-1) \\ K(k) = \frac{P(k-1)\varphi(k)}{\lambda + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)} \\ P(k) = \frac{P(k-1) - K(k)\varphi^T(k)P(k-1)}{\lambda} \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

où  $K(k)$  et  $P(k)$  sont respectivement le gain et la matrice de covariance associée aux paramètres estimés, à l'instant  $k$ .

Les paramètres estimés  $\hat{\theta}(k)$  sont obtenus en minimisant le critère suivant :

$$J = \sum_{j=1}^k \lambda^{k-j} (y(j) - \hat{y}(j))^2 \quad (\text{II.26})$$

où  $\lambda$  représente le facteur d'oubli qui a une valeur comprise entre 0 et 1. Son choix pondère l'importance des mesures passées dans la mise à jour des paramètres.

Le choix du facteur d'oubli résulte d'un compromis entre la vitesse de l'adaptation et la qualité de l'estimation. Une valeur faible du facteur d'oubli implique une convergence rapide des paramètres estimés vers leurs valeurs réelles, mais la sensibilité par rapport au bruit est augmentée. En revanche, pour une valeur élevée du facteur d'oubli, l'algorithme oublie peu les données passées, ce qui se traduit par une convergence lente. Notons que pour un facteur d'oubli unitaire, l'algorithme (II.25) est équivalent à un filtre de Kalman avec des paramètres spécifiques [67].

Le vecteur des résidus est finalement obtenu en comparant les paramètres estimés aux valeurs nominales :

$$r(k) = \theta_{nom} - \hat{\theta}(k), \quad (\text{II.27})$$

où  $\theta_{nom}$  est le vecteur des valeurs nominales des paramètres.

Dans le cas des systèmes dynamiques non linéaires, les méthodes classiques d'identification sont principalement basées sur des approximations polynomiales du modèle du système [31], telles que les modèles généralisés Hammerstein, les modèles paramétriques de Volterra ou encore les modèles d'équations différentielles non linéaires (NDE). Ces modèles ont l'avantage d'être linéaires par rapport aux paramètres à estimer. Ainsi, les méthodes linéaires d'estimation paramétrique, telles que la M.C.R. citée précédemment, peuvent être directement appliquées.

Nous considérons dans ce mémoire une autre approche d'estimation paramétrique pour les systèmes d'équations non linéaires basée sur une extension des méthodes algébriques introduites par Fliess et Sira-Ramirez [68] pour les systèmes d'équations linéaires. Considérons le système d'équations non linéaires suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, \theta) \\ y = h(x, u, \theta) + v \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

où  $x$ ,  $u$ , et  $y$  représentent respectivement les vecteurs (de dimension finie) d'état, d'entrée de commande et de sorties mesurées.  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_r)$  est le vecteur des paramètres à estimer et  $v$  représente le vecteur des bruits de mesure.

Sous l'hypothèse que les paramètres à estimer satisfont les conditions d'identifiabilité algébrique présentées dans [69] et [70], nous pouvons obtenir leur estimation, pour  $i = 1, \dots, r$ , à l'aide de l'équation suivante :

$$\hat{\theta}(t) = \Psi(t, y, \dot{y}, \dots, y^{(\gamma)}, u, \dot{u}, \dots, u^{(\delta)}) \quad (\text{II.29})$$

où  $\Psi$  est une fonction non linéaire de ses arguments.  $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_p)$  et  $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_m)$  sont des m-uplets finis d'entiers où chaque entier  $\gamma_i$  (resp.  $\delta_j$ ) correspond au degré de dérivation de la  $j^{\text{ème}}$  composante de  $y$  (resp.  $u$ ).

Dans [71], cette approche est utilisée pour l'estimation des paramètres inconnus du modèle non linéaire du système hydraulique des trois cuves où les dérivées des signaux d'entrées et de sorties sont estimées par approximation polynomiale. Dans la sous-section II.6.1, nous présenterons une autre méthode d'estimation des dérivées basée sur la théorie des observateurs à modes glissants.

L'estimation paramétrique est une méthode de diagnostic bien adaptée pour des défauts multiplicatifs. Elle permet une localisation précise des défauts mais le temps de détection et la complexité des calculs sont souvent plus importants que les méthodes à base d'espace de parité.

## II.5.2 Espace de parité

Les relations de parité sont décrites par Patton et Chen [72] comme étant la recherche de directions privilégiées dans l'espace des sorties associées à l'apparition de défauts et pouvant de plus être le moins sensibles aux perturbations. Ces relations de redondance analytique lient différentes variables du système et peuvent être de type statique ou dynamique. Dans le cas statique [73], ce sont des relations entre les différentes sorties du système à un instant  $k$ . Ce type de relations permet de détecter l'apparition d'un défaut capteur par la déviation du résidu. En l'absence de défaut, le résidu est inférieur à une valeur seuil. Dans le cas dynamique [74] [75], ce sont des fonctions traduisant le lien dynamique entre les sorties mesurées et les entrées du système à différents instants. Le vecteur de résidu prend une direction privilégiée différente pour chaque défaut, ce qui facilite le processus d'isolement. L'utilisation des relations d'auto-redondance dans lesquelles les équations de redondance



traitent chaque sortie séparément, et des relations d'inter-redondance qui analysent la relation entre plusieurs sorties, permet d'affiner le processus d'isolation du défaut. Dans le cadre du diagnostic, les relations de parité sont très utiles pour la détection et la localisation de défauts uniques [76] [77] dont l'effet sur le système peut être approximé comme une entrée additive.

Dans cette sous-section, nous allons présenter la technique de l'espace de parité dynamique pour les systèmes linéaires discrets et à temps continu, puis pour les systèmes non linéaires à temps continu.

### II.5.2.1 Systèmes linéaires à temps discret

Considérons le modèle d'un système linéaire discret décrit par :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + E_1d(k) + F_1f(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) + E_2d(k) + F_2f(k) \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^p$ ,  $d \in \mathbb{R}^{m_d}$ ,  $f \in \mathbb{R}^{m_f}$  représentent respectivement les vecteurs d'états, d'entrées, de mesures, de perturbations et de défauts. Les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $F_1$  et  $F_2$  sont des matrices réelles, constantes et de dimensions appropriées.

L'approche de l'espace de parité pour des systèmes discrets [72] [73] [74] consiste à observer  $(s+1)$  échantillons de mesures et à réécrire, en procédant par récurrence via les équations (II.30), le modèle du système sous la forme :

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\begin{bmatrix} y(k-s) \\ y(k-s+1) \\ y(k-s+2) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}}_{Y(k-s,k)} = \\
 & \underbrace{\begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^s \end{bmatrix}}_{Obs} x(k-s) + \underbrace{\begin{bmatrix} D & 0 & \dots & 0 & 0 \\ CB & D & \dots & 0 & 0 \\ CAB & CB & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & D & 0 \\ CA^{s-1}B & CA^{s-2}B & \dots & CB & D \end{bmatrix}}_{\Phi_U} \underbrace{\begin{bmatrix} u(k-s) \\ u(k-s+1) \\ u(k-s+2) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix}}_{U(k-s,k)} + \\
 & \underbrace{\begin{bmatrix} E_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ CE_1 & E_2 & \dots & 0 & 0 \\ CAE_1 & CE_1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & E_2 & 0 \\ CA^{s-1}E_1 & CA^{s-2}E_1 & \dots & CE_1 & E_2 \end{bmatrix}}_{\Phi_D} \underbrace{\begin{bmatrix} d(k-s) \\ d(k-s+1) \\ d(k-s+2) \\ \vdots \\ d(k) \end{bmatrix}}_{D(k-s,k)} + \\
 & \underbrace{\begin{bmatrix} F_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ CF_1 & F_2 & \dots & 0 & 0 \\ CAF_1 & CE_1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & F_2 & 0 \\ CA^{s-1}F_1 & CA^{s-2}F_1 & \dots & CF_1 & F_2 \end{bmatrix}}_{\Phi_F} \underbrace{\begin{bmatrix} f(k-s) \\ f(k-s+1) \\ f(k-s+2) \\ \vdots \\ f(k) \end{bmatrix}}_{F(k-s,k)}
 \end{aligned} \tag{II.31}$$

Le résidu est alors obtenu par projection des mesures et commandes collectées :

$$r(k) = v^T [Y(k-s, k) - \Phi_U U(k-s, k)] \tag{II.32}$$

où le vecteur de parité  $v$  est choisi de manière à ce que le résidu soit le plus sensible possible aux défauts (performance) et le moins sensible aux perturbations (robustesse). Le vecteur de parité doit donc vérifier dans le cas idéal :

$$\begin{cases} v^T \Phi_D = 0 \\ v^T \Phi_F \neq 0 \end{cases} \tag{II.33}$$

Les conditions issues de (II.33) impliquent un découplage parfait des perturbations. Le critère de découplage approximatif revient à minimiser le rapport :

$$J = \frac{\|v^T \Phi_D\|_2}{\|v^T \Phi_F\|_2} \tag{II.34}$$

Le critère précédent peut être réécrit de la manière suivante :

$$J = \frac{\|W^T v_0 \Phi_D\|_2}{\|W^T v_0 \Phi_F\|_2} \tag{II.35}$$

où  $v_0$  est une solution de :

$$v_0^T Obs = 0 \quad (II.36)$$

Le problème d'optimisation est alors formulé comme un problème de valeurs propres/vecteurs propres généralisés qui peut être résolu à l'aide du théorème de Gantmacher [51]. Très souvent, on choisit la solution orthonormale parmi une infinité de solutions possibles. En appliquant le théorème de Gantmacher, on trouve ainsi le "sélecteur" optimal  $W^T$ , qui fournit la meilleure solution en termes de robustesse vis à vis de  $d$  et de sensibilité vis à vis de  $f$ .

Dans les systèmes de diagnostic moderne, le traitement de l'information se fait par échantillonnage. La question du choix de la modélisation des systèmes, à temps continu ou discret, s'est souvent posée en vue du nombre d'outils mathématiques développés pour le domaine continu. Des outils de discrétisation étant disponibles dans la plupart des logiciels de simulation et cartes d'acquisition, il nous semble judicieux de considérer la modélisation continue des systèmes comme étant plus générale. Pour cette raison, nous traiterons dans la suite de ce chapitre et aussi de ce manuscrit le cas des systèmes continus.

### II.5.2.2 Systèmes linéaires à temps continu

Tout comme dans le cas discret, il est possible dans le cas continu de décrire l'espace de parité à partir des mesures et grâce, non plus à une récurrence sur les équations de sortie, mais à des différentiations successives du vecteur de sortie. En effet, il existe à ce jour des techniques robustes pour la différentiation numérique des signaux bruités offrant de très bons résultats. C'est le cas par exemple des différentiateurs à modes glissants que nous détaillerons dans la sous-section II.6.1.

Considérons le modèle d'un système linéaire à temps continu décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_1 d(t) + F_1 f(t) \\ y(k) = Cx(t) + Du(t) + E_2 d(t) + F_2 f(t) \end{cases} \quad (II.37)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^p$ ,  $d \in \mathbb{R}^{m_d}$ ,  $f \in \mathbb{R}^{m_f}$  représentent respectivement les vecteurs d'états, d'entrées, de mesures, de perturbations et de défauts. Les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $F_1$  et  $F_2$  sont des matrices réelles, constantes et de dimensions appropriées.

En effectuant à partir du modèle (II.37) des dérivations successives du vecteur de sortie  $y$ , on obtient la forme compacte suivante :

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\begin{bmatrix} y \\ y^{(1)} \\ y^{(2)} \\ \vdots \\ y^{(k)} \end{bmatrix}}_{Y_k(t)} &= \underbrace{\begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^k \end{bmatrix}}_{Obs_c} x(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} D & 0 & \dots & 0 & 0 \\ CB & D & \dots & 0 & 0 \\ CAB & CB & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & D & 0 \\ CA^{k-1}B & CA^{k-2}B & \dots & CB & D \end{bmatrix}}_{\Phi_U} \underbrace{\begin{bmatrix} u \\ u^{(1)} \\ u^{(2)} \\ \vdots \\ u^{(k)} \end{bmatrix}}_{U_k(t)} + \\
 &\underbrace{\begin{bmatrix} E_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ CE_1 & E_2 & \dots & 0 & 0 \\ CAE_1 & CE_1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & E_2 & 0 \\ CA^{k-1}E_1 & CA^{k-2}E_1 & \dots & CE_1 & E_2 \end{bmatrix}}_{\Phi_D} \underbrace{\begin{bmatrix} d \\ d^{(1)} \\ d^{(2)} \\ \vdots \\ d^{(k)} \end{bmatrix}}_{D_k(t)} + \\
 &\underbrace{\begin{bmatrix} F_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ CF_1 & F_2 & \dots & 0 & 0 \\ CAF_1 & CE_1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & F_2 & 0 \\ CA^{k-1}F_1 & CA^{k-2}F_1 & \dots & CF_1 & F_2 \end{bmatrix}}_{\Phi_F} \underbrace{\begin{bmatrix} f \\ f^{(1)} \\ f^{(2)} \\ \vdots \\ f^{(k)} \end{bmatrix}}_{F_k(t)}
 \end{aligned} \tag{II.38}$$

Le résidu est alors obtenu, comme dans le cas discret, par projection des mesures et commandes collectées :

$$r(t) = v^T [Y_k(t) - \Phi_U U_k(t)] \tag{II.39}$$

avec  $v$  le vecteur de parité choisi tel que  $v^T Obs_c = 0$ .

Dans [78], une extension de l'espace de parité au cas des systèmes linéaires à temps continu est proposée suivant une autre approche (déterministe), dite intégrale, basée sur la résolution de l'équation d'état du système d'équations considéré. A la place des étapes de différentiations successives de la sortie mesurée, il est proposé d'établir des relations de parité basées sur des intégrales liant l'entrée  $u$  à la sortie  $y$ . Cette approche a été reprise dans [79] et a pour objectif principal d'établir des relations de parité entre les entrées et sorties d'un système sans pour autant passer par l'étape « différentiation numérique » de signaux bruités. Néanmoins, les algorithmes d'intégration numérique présentent également des inconvénients car il se pose souvent le problème de la connaissance exacte des conditions initiales. Les solutions retournées peuvent alors être imprécises.

Les systèmes physiques sont souvent modélisés par des équations différentielles non linéaires. La linéarisation de ces systèmes d'équations par des modèles linéaires est parfois sujette à une perte d'informations et à une validité du modèle sur un domaine de fonctionnement limité. L'extension de l'approche linéaire de l'espace de parité aux systèmes non linéaires a donc

permis de traiter la question du diagnostic basé sur les relations de redondance analytique pour une plus grande classe de systèmes.

### II.5.2.3 Systèmes non linéaires à temps continu

Dans la littérature, deux approches sont principalement distinguées pour le calcul des relations de redondance analytique dans le cas des systèmes non linéaires : une approche géométrique et une approche algébrique. L'approche géométrique est fondée sur la projection des équations du système dans l'espace d'inobservabilité. Cette méthode, développée par [80], est une extension de la technique de projection linéaire de l'espace de parité pour les systèmes d'équations non linéaires affines en la commande. L'approche algébrique consiste à éliminer les variables inconnues apparaissant dans un système modélisé par des fonctions polynomiales. L'élimination de ces variables peut être réalisée par différentes méthodes [81] telles que la théorie de l'élimination, les bases de Gröbner et les ensembles caractéristiques.

On s'intéressera dans cette partie à détailler l'approche géométrique appliquée aux systèmes localement observables dont les fonctions non linéaires sont lisses (continûment différentiables). Elle prend comme point de départ les dérivations successives de la sortie  $y$  du modèle d'un système décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) + D(x(t))w(t) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (\text{II.40})$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^p$  représentent respectivement les vecteurs d'états, d'entrées et de sorties.  $w \in \mathbb{R}^{m_f}$  représente le vecteur de défauts. Les équations obtenues par dérivation peuvent alors se mettre sous la forme suivante :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} y(t) - 0 \\ \dot{y}(t) - 0 \\ \ddot{y}(t) - \sum \dot{u}(t)L_g h \\ \vdots \end{pmatrix}}_{O_{DD}} = \underbrace{\begin{pmatrix} h \\ L_f h + L_g h u \\ L_{ff} h + L_{gf} h u + L_{fg} h u + L_{gg} h u^2 \\ \vdots \end{pmatrix}}_{O_{\Delta}} + \begin{pmatrix} 0 \\ L_D h w \\ L_{Df} h w + L_{Dg} h u w + L_{fD} h w \\ \vdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ L_{gD} h u w + L_{DD} h w^2 + \dot{w}(t)L_D h \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (\text{II.41})$$

où  $L_k h = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h(x)}{\partial x_i} k_i(x)$  est la dérivée de Lie de la fonction scalaire  $h$  le long du champs de vecteur  $k$ . Les dérivées de Lie récursives sont exprimées de la manière suivante :

$$L_i (L_j (L_k h)) = L_i L_j L_k h = L_{ijk} h$$

Le vecteur d'observabilité non linéaire  $O_\Delta$  regroupe les dérivées de Lie du même ordre, tandis que le vecteur d'observabilité non linéaire dynamiquement dérivée  $O_{DD}$  est fonction des entrées, des sorties et de leurs dérivées successives. Cependant, des expressions explicites de l'état peuvent être contenues dans le vecteur  $O_{DD}$ . Le système d'équations non linéaires doit donc vérifier la propriété d'observabilité locale.

**Définition II.8 : [82]**

*Le système décrit par le modèle (II.40) est dit localement observable en un point  $x$  s'il satisfait la condition du rang d'observabilité :*

$$\text{rang}(dO) = n \quad (\text{II.42})$$

où  $dO = \begin{pmatrix} dh(x) \\ dL_f h(x) \\ \vdots \\ dL_f^{n-1} h(x) \end{pmatrix}$  est la matrice d'observabilité locale (gradient de l'espace

d'observabilité  $O$ ) et  $dh(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} = \left( \frac{\partial h(x)}{\partial x_1} \quad \cdots \quad \frac{\partial h(x)}{\partial x_n} \right)$  est la matrice Jacobienne de  $h(x)$ .

La dérivée  $n^{\text{ème}}$  de Lie est exprimée de la manière suivante :

$$L_f^n h(x) = L_f L_f^{n-1} h(x)$$

où  $L_f^0 h(x) = h(x)$ .

Le vecteur de résidu est obtenu par projection du vecteur  $O_{DD}$  :

$$r(t) = \Omega O_{DD} \quad (\text{II.43})$$

où la matrice de parité  $\Omega$  est choisi de manière à ce qu'elle annule le vecteur  $O_\Delta$  :

$$\Omega O_\Delta = [0] \quad (\text{II.44})$$

Les dimensions des vecteurs d'observabilité et de la matrice de parité sont calculée en fonction du rang  $\text{rang}_j$  de chaque sous matrice d'observabilité locale :

$$\dim(O_{\Delta}) = \dim(O_{DD}) = \left( \left( \sum_{j=1}^p (\text{rang}_j + 1) \right) \times 1 \right) \quad (\text{II.45})$$

$$\dim(\Omega) = \left( \left( \sum_{j=1}^p (\text{rang}_j + 1) - 1 \right) \times \left( \sum_{j=1}^p (\text{rang}_j + 1) \right) \right) \quad (\text{II.46})$$

Finalement, le nombre de test (résidu) indépendant est déterminé par :

$$N = \sum_{j=1}^p (\text{rang}_j) + (p - n) \quad (\text{II.47})$$

Le PFGR basé sur l'utilisation de l'espace de parité se pose différemment de celui présenté pour les filtres dans la définition II.4. La troisième condition sur la convergence n'a plus lieu d'être car les résidus générées en utilisant l'espace de parité sont indépendants des conditions initiales.

**Définition II.9 (Parity Space Fundamental Problem of Residual Generation (PSPFGR)):**

*Considérons un système admettant le modèle général de fonctionnement défaillant :*

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, d, f) \\ y = h(x, u, d, f) \end{cases}$$

*Le PSPFGR consiste à construire des résidus en évaluant les relations de redondance analytique entre les signaux d'entrée/sortie du système réel tels que les deux conditions suivantes soient respectées :*

- (i). *Les résidus  $r$  ne sont pas affectés par les perturbations  $d$*
- (ii). *Les résidus  $r$  sont affectés par les défauts  $f$*

Une alternative à l'espace de parité pour la génération de résidus est la méthode à base d'observateurs. Contrairement à la théorie de la commande où les observateurs sont utilisés pour estimer le vecteur d'état (ou une partie du vecteur d'état), les observateurs utilisées pour le diagnostic estiment les sorties (ou une fonction des sorties).

### II.5.3 Observateurs

Une technique très populaire pour la génération de résidus repose sur la synthèse d'observateurs pour la reconstruction (estimation) complète ou partielle des sorties du système [30] [34] [51]. Pour ce faire, on utilise un modèle qui décrit le comportement

dynamique du système en fonctionnement normal. Dans le cas idéal, la structure et les paramètres du système sont parfaitement connus, permettant l'obtention d'un modèle caractérisant le comportement dynamique du système en fonctionnement normal. La sortie reconstruite (non affectée par les défauts) à l'aide de l'observateur (figure II.7) pourra se comparer avec la mesure effectuée sur le système réel pour obtenir un signal de résidu, qui sera analysé pour déterminer la nature des défauts. Les résidus sont définis comme étant l'écart éventuellement pondéré entre les sorties estimées et les sorties mesurées. En présence d'un défaut, les résidus sensibles doivent être non-nuls pour pouvoir le détecter et l'isoler.

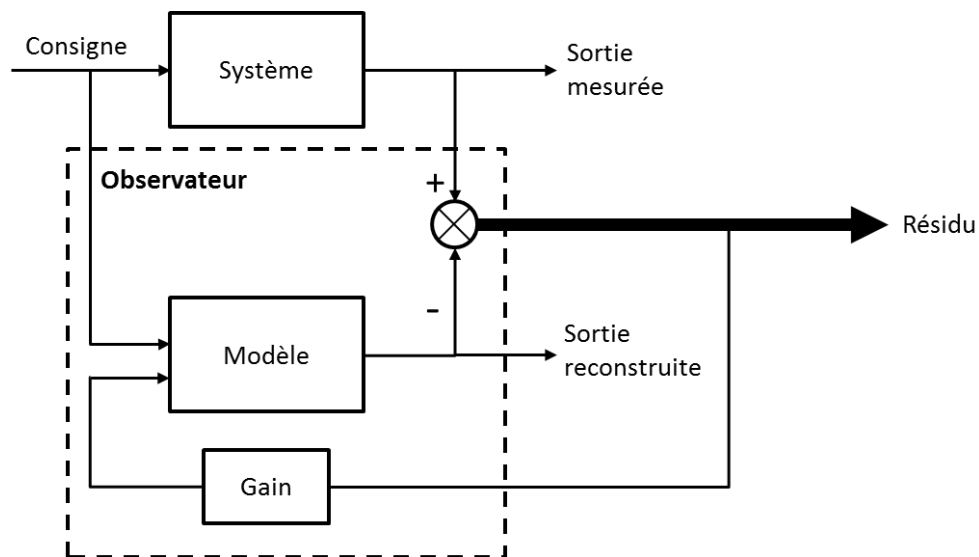


Figure II.7 – Structure générale d'un observateur

Il est à noter que l'approche par projection dans l'espace de parité est un cas particulier d'un observateur de diagnostic. Une comparaison entre ces deux approches peut notamment être trouvée dans l'ouvrage de référence [30].

Pour les systèmes linéaires, deux principales structures d'observateur, basées sur la théorie des observateurs de Luenberger [83], sont distinguées : les observateurs proportionnels et les observateurs à entrées inconnues.

### II.5.3.1 Observateur proportionnel

L'observateur proportionnel, développé par Beard [54] et Jones [84] au début des années 70 est le premier type de générateur de résidus à base d'observateur. Cet observateur s'applique aux modèles de systèmes admettant la forme suivante :



$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_1d(t) + F_1f(t) \\ y(t) = Cx(t) + E_2d(t) + F_2f(t) \end{cases} \quad (\text{II.48})$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^p$ ,  $d \in \mathbb{R}^{m_d}$ ,  $f \in \mathbb{R}^{m_f}$  représentent respectivement les vecteurs d'états, d'entrées, de mesures, de perturbations et de défauts. Les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $F_1$  et  $F_2$  sont des matrices réelles, constantes et de dimensions appropriées.

Sous l'hypothèse que le modèle (II.48) soit observable, la forme d'un observateur proportionnel d'ordre plein (estimation de l'intégralité du vecteur d'état), est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{II.49})$$

où  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$  et  $\hat{y} \in \mathbb{R}^p$  représentent respectivement les vecteurs d'états et des mesures estimés. La matrice  $L$  représente le gain de l'observateur.

Le vecteur des résidus  $r(t)$  est alors exprimé en fonction de l'erreur d'estimation  $\varepsilon(t)$ , des perturbations et des défauts :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = (A - LC)\varepsilon(t) + (E_1 - LE_2)d(t) + (F_1 - LF_2)f(t) \\ r(t) = C\varepsilon(t) + E_2d(t) + F_2f(t) \end{cases}. \quad (\text{II.50})$$

La matrice de gain  $L$  est choisie en fonction des performances désirées pour l'observateur. Plusieurs approches sont possibles pour la déterminer comme l'optimisation d'un critère quadratique ou le placement de pôles.

Le principal inconvénient de l'observateur proportionnel est le temps de calcul (pour une implémentation en ligne) dû à son ordre plein. Ce temps de calcul peut être réduit en utilisant un observateur à entrées inconnues (Unknown Input Observer : UIO) d'ordre réduit. De plus, contrairement à l'observateur proportionnel, ce type d'observateur permet d'obtenir un résidu totalement insensible aux perturbations sous certaines conditions.

### II.5.3.2 Observateur à entrées inconnues (UIO)

Le principe d'un observateur à entrées inconnues consiste à générer une erreur d'estimation (du vecteur d'état) qui tend asymptotiquement vers zéro même en présence de perturbations. Ainsi, le résidu généré est découplé des perturbations car il est fonction de l'erreur d'estimation. La synthèse de ce type d'observateurs [34] est réalisable pour les modèles de systèmes admettant la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) + F_1f(t) \\ y(t) = Cx(t) + F_2f(t) \end{cases} \quad (\text{II.51})$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^p$ ,  $d \in \mathbb{R}^{m_d}$ ,  $f \in \mathbb{R}^{m_f}$  représentent respectivement les vecteurs d'états, d'entrées, de mesures, de perturbations et de défauts. Les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $E$ ,  $F_1$  et  $F_2$  sont des matrices réelles, constantes et de dimensions appropriées.

La forme d'un observateur à entrées inconnues d'ordre plein, est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Nz(t) + TBu(t) + Ky(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) + Hy(t) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{II.52})$$

où  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$  et  $z \in \mathbb{R}^n$  sont respectivement les vecteurs d'état estimé et d'état de l'observateur. Les matrices  $N$ ,  $T$ ,  $K$  et  $H$  sont déterminées de manière à obtenir un résidu  $r(t)$  :

- qui converge vers zéro en fonctionnement normal ( $d(t) = f(t) = 0$ )  $\forall u(t)$  si le système à surveiller est stable ou instable,
- insensible aux perturbations  $d(t)$ ,
- et sensible aux défauts  $f(t)$ .

Afin d'exposer les conditions de choix des matrices de l'observateur, nous développons l'équation différentielle régissant l'évolution de l'erreur d'estimation  $\varepsilon(t)$  :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \\ &= Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) + F_1f(t) - \dot{z}(t) - H\dot{y}(t) \\ &= Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) + F_1f(t) - Nz(t) - TBu(t) - Ky(t) - H(C\dot{x}(t) + F_2\dot{f}(t)) \end{aligned}$$

En posant  $K = K_1 + K_2$  :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) + F_1f(t) - N(\hat{x}(t) - Hy(t)) - TBu(t) \\ &\quad - K_1(Cx(t) + F_2f(t)) - K_2y(t) - H(C(Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) + F_1f(t)) + F_2\dot{f}(t)) \\ &\quad + Nx(t) - Nx(t) \\ &= N\varepsilon(t) + (A - HCA - K_1C - N)x(t) + (B - HCB - TB)u(t) + (NH - K_2)y(t) \\ &\quad + (E - HCE)d(t) + (F_1 - K_1F_2 - HCF_1)f(t) - HF_2\dot{f}(t) \end{aligned}$$

Le modèle (II.52) est un observateur à entrées inconnues pour le modèle du système (II.51) si ses matrices vérifient les relations suivantes :

$$T = I - HC \quad (\text{II.53})$$

$$N = (I - HC)A - K_1C, \text{ stable} \quad (\text{II.54})$$

$$0 = (I - HC)E \quad (\text{II.55})$$

$$K_2 = NH \quad (\text{II.56})$$

Dans ce cas, le vecteur de résidu  $r(t)$  est exprimé en fonction de l'erreur d'estimation (qui convergera vers zéro même en présence de perturbations) et des défauts :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = N\varepsilon(t) + (F_1 - K_1F_2 - HCF_1)f(t) - HF_2\dot{f}(t) \\ r(t) = C\varepsilon(t) + F_2f(t) \end{cases} \quad (\text{II.57})$$

Le théorème suivant donne les conditions d'existence d'un UIO pour le modèle d'un système donné sous la forme (II.51).

**Théorème II.1 : [34]**

*Les conditions nécessaires et suffisantes pour que le modèle (II.51) d'un système admette un UIO de la forme (II.52) sont :*

1.  $\text{rang}(CE) = \text{rang}(E)$  où la matrice  $E$  est considérée de rang plein colonne
2. La paire  $(C, A_1)$  est détectable, c.à.d. si ses modes non observables sont stable, avec :

$$A_1 = A - E[(CE)^T CE]^{-1}(CE)^T CA$$

La procédure de synthèse d'un UIO est décrite par les étapes suivantes :

**étape 1 :** Vérifier si la condition 1 du théorème II.1 est satisfaite. Sinon, il n'existe pas d'UIO pour le système d'équations considéré.

**étape 2 :** Calculer les matrices  $H = E[(CE)^T CE]^{-1}(CE)^T$ ,  $T = I - HC$  et  $A_1 = TA$ .

**étape 3 :** Si la paire  $(C, A_1)$  est observable, alors un UIO existe et  $K_1$  peut être calculé par exemple par placement de pôles. Dans ce cas, aller à l'étape 7. Si la paire  $(C, A_1)$  est non observable, aller à l'étape 4.

**étape 4 :** Construire une matrice de changement de base  $P$  permettant une décomposition de  $(C, A_1)$  sous forme canonique d'observabilité suivante :

$$PA_1P^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{12} & A_{22} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad CP^{-1} = [C_1 \quad 0]$$

**étape 5 :** Vérifier si la condition 2 du théorème II.1 est satisfaite. Sinon, il n'existe pas d'UIO pour le système d'équations considéré.

**étape 6 :** Calculer la matrice  $K_1 = P^{-1}[(K_p^1)^T \quad (K_p^2)^T]^T$ , où  $K_p^1$  est une matrice calculée par placement de pôles de la matrice  $(A_{11} - K_p^1 C_1)$  et  $K_p^2$  est une matrice non nulle de dimension appropriée.

**étape 7 :** Calculer les matrices  $N = A_1 - K_1 C$  et  $K = K_1 + K_2 = K_1 + NH$ .

En général, les étapes citées ci-dessus permettent de construire un observateur à entrées inconnues qui donne une estimation d'un sous espace d'état (insensible aux perturbations) de dimension inférieure à la dimension du modèle initial du système. Cet observateur est alors appelé observateur d'ordre réduit. La synthèse de ce type d'observateurs peut être considérée comme une procédure de découplage (Définition II.6). La construction de plusieurs observateurs d'ordre réduit sur un même système d'équations permettra la détection et la localisation de défauts multiple comme indiqué dans la section II.5.3.4.

La synthèse d'UIO est réalisable pour les systèmes d'équations non linéaires qui peuvent être linéarisé autour d'un point d'équilibre fixe. Cependant, le fonctionnement de certains modèles linéarisés diverge du fonctionnement réel du système physique. Dans ce cas, d'autres types d'observateurs (ou filtres) doivent être utilisés.

De Persis et Isidori [52] ont conçu un filtre non linéaire pour la détection et la localisation de défauts d'une classe de systèmes non linéaires affines en la commande à l'aide de l'approche géométrique. La méthode proposée est applicable à des systèmes non linéaires qui ont des "distributions invariantes conditionnées", ce qui est une extension du concept de "sous-espace non-observable" pour les systèmes linéaires [53]. Ils ont également présenté une condition nécessaire pour que le problème d'isolation des défauts soit résolu pour ces systèmes non linéaires. La méthodologie de conception du filtre non linéaire correspond à celle des filtres de détection de défauts étudiés dans [54] [55] [56] pour les systèmes linéaires.

Boskovic et al. [57] [58] [59] ont utilisé l'approche multi modèles pour étudier le problème de la détection et la localisation des défauts actionneur pour le système de contrôle d'attitude d'un véhicule spatial. Cette méthode est basée sur des tests d'hypothèses multiples. Un banc d'observateur basé sur les sorties réelles du système est mis en place. L'un de ces observateurs correspond à un fonctionnement nominal, et chaque observateur restant correspond à un fonctionnement en présence d'un défaut spécifique. Ainsi, des résidus sont générés en comparant les sorties estimées aux sorties réelles, et un défaut est détecté si l'observateur dédié présente un résidu de valeur minimale proche de zéro. Cependant, l'inconvénient de cette approche est qu'elle ne peut pas détecter et isoler la présence de défauts simultanés.

D'autres travaux se sont concentrés sur des classes particulières de systèmes non linéaires, par exemple, les systèmes Lipschitziens (ayant les propriétés de fonctions continues) [60] [61] [62] ou les systèmes Linéaires à paramètres variant [63].

Une revue de différents observateurs et filtres non linéaires peut être trouvée dans l'article d'Alcorta Garcia et Frank [85]. Dans les paragraphes suivants, seules les procédures de synthèse des observateurs à grand gain et à modes glissants sont détaillées.

### II.5.3.3 Observateurs non linéaires à grand gain ou à modes glissants

L'étude de l'observabilité et la transformation d'un système d'équations non linéaires sous forme canonique d'observabilité constituent les phases préalables à la synthèse des observateurs non linéaires à grand gain et à modes glissants.

Certains systèmes d'équations non linéaires présentent des entrées particulières qui vont considérablement gêner leur étude. La particularité de ces entrées est que leurs valeurs influencent implicitement la propriété d'observabilité [86]. Nous allons illustrer ce propos à travers l'exemple suivant :

**Exemple II.2 :** *Considérons le système d'équations non linéaires suivant composé de deux états et d'une sortie :*

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 u \\ \dot{x}_2 = 0 \\ y = x_1 \end{cases}$$

*La variable  $x_2$  peut être reconstruite en fonction de l'entrée et de la dérivée première de la sortie :  $x_2 = \dot{y}/u$ . Cette variable peut donc être reconstruite uniquement lorsque l'entrée  $u$  est différente de zéro. L'observabilité de ce système dépend implicitement de la valeur de l'entrée  $u$ .*

**Définition II.10 :** [87] *Un système d'équations est dit uniformément observable pour toute entrée définie sur un intervalle de temps fini, si l'état initial est uniquement déterminé en fonction de la sortie et de l'entrée. Il sera donc observable indépendamment de l'entrée.*

L'étude de l'observabilité uniforme d'un système d'équations mono-sortie a été présentée dans l'article de Gauthier et al. [87]. L'extension de leurs travaux a été réalisée par Bornard et Hammouri [88] au cas des systèmes d'équations multi-sorties admettant la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{II.58})$$

où  $x \in X \subseteq \mathbb{R}^n$ ,  $u \in U \subseteq \mathbb{R}^m$ ,  $y \in Y \subseteq \mathbb{R}^p$  représentent respectivement les vecteurs d'états, d'entrées et de sorties.  $f$ ,  $g$  et  $h$  sont des vecteurs de fonctions analytiques de dimensions appropriées.

**Théorème II.2 :** *Le système d'équations (II.58) est uniformément observable sur  $X$  si et seulement si l'application définie de la façon suivante :*

$$\begin{aligned} \psi: X &\rightarrow \mathbb{R}^n \\ x &\rightarrow \zeta = \psi(x) = \begin{pmatrix} h_1(x) \\ L_f h_1(x) \\ \vdots \\ L_f^{k_1-1} h_1(x) \\ \vdots \\ h_p(x) \\ \vdots \\ L_f^{k_p-1} h_p(x) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II.59})$$

est un difféomorphisme qui transforme le système d'équations (II.58) sous forme canonique d'observabilité suivante :

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = A\zeta + \varphi(u, \zeta) \\ y = C\zeta \end{cases} \quad (\text{II.60})$$

et que les conditions suivantes sont satisfaites :

- (i). les entiers  $(k_1, k_1, \dots, k_p)$  sont les indices d'observabilité associés aux sorties tel que  $\sum_{i=1}^p k_i = n$  et que le système d'équations (II.58) soit localement observable ( $\text{rang}(d\psi(x)) = n$ ),
- (ii).  $\forall u \in U \subseteq \mathbb{R}^m$ , le champ de vecteur  $g(x)$  vérifie :  

$$dL_g L_f^j h_i \in \text{span}\{dh_i, \dots, dL_f^j h_i\}, \forall j \in \{0, \dots, k_i - 1\} \text{ pour } i = 1, \dots, p.$$

Le vecteur d'état  $\zeta = (\zeta^1 \ \zeta^2 \ \dots \ \zeta^p)^T \in \mathbb{R}^n$ , avec  $\zeta^i = (\zeta_1^i \ \zeta_2^i \ \dots \ \zeta_{k_i}^i)^T \in \mathbb{R}^{k_i}$  et  $i = 1, \dots, p$ .

La matrice  $A = \text{diag}\{A_i\}_{i=1, \dots, p}$  est une matrice bloc diagonale dont chaque sous matrice  $A_i$  de dimension  $k_i \times k_i$  est définie par :

$$A_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.61})$$

La matrice  $C = \text{diag}\{C_i\}_{i=1,\dots,p}$  est aussi une matrice bloc diagonale dont chaque sous matrice  $C_i$  de dimension  $1 \times k_i$  est définie par :

$$C_i = (1 \quad 0 \quad \dots \quad 0) \quad (\text{II.62})$$

Le vecteur de fonctions non linéaires  $\varphi(u, \zeta) = (\varphi^1(u, \zeta)^T \quad \varphi^2(u, \zeta)^T \quad \dots \quad \varphi^p(u, \zeta)^T)^T \in \mathbb{R}^n$ , avec  $\varphi^i(u, \zeta) = (\varphi_1^i(u, \zeta)^T \quad \varphi_2^i(u, \zeta)^T \quad \dots \quad \varphi_{k_i}^i(u, \zeta)^T)^T \in \mathbb{R}^{k_i}$ ,  $i = 1, \dots, p$ , où chaque fonction scalaire  $\varphi_j^i(u, \zeta)$  possède la structure suivante :

- pour  $1 \leq j \leq k_i - 1$  :

$$\varphi_j^i(u, \zeta) = \varphi_j^i(u; \zeta^1, \zeta^2, \dots, \zeta^{i-1}; \zeta_1^i, \dots, \zeta_j^i; \zeta^{i+1}, \zeta^{i+2}, \dots, \zeta^p)$$

- pour  $j = k_i$  :

$$\varphi_{k_i}^i(u, \zeta) = \varphi_{k_i}^i(u; \zeta^1, \zeta^2, \dots, \zeta^p)$$

**Remarque II.1 :** La forme canonique d'observabilité représentée par le système d'équations (II.60) est analogue au système d'équations (II.15) obtenu après découplage par l'approche analytique. De plus, le vecteur de fonctions non linéaires  $\varphi(u, \zeta)$  représente une injection de sortie car il est fonction d'un ensemble d'états  $\zeta_{k_i}^i$  mesurables selon l'équation de sortie obtenue dans (II.60). D'une certaine manière, les deux systèmes d'équations (II.60) et (II.15) représentent une quasi-linéarisation du système d'équations initial avec injection de sortie.

Le théorème II.2 permet de poser les conditions nécessaires pour la mise sous forme canonique d'observabilité des systèmes d'équations non linéaires. Nous allons maintenant présenter la synthèse des observateurs à grand gain et à modes glissants qui sont construits à partir de cette forme canonique d'observabilité.

### II.5.3.3.1 Observateur à grand gain

Les premiers travaux présentant ce type d'observateur, appliqué au cas des systèmes d'équations mono-sortie, sont l'œuvre de Gauthier et al. [87]. Son application a été étendue au cas multi-sortie par Bornard et Hammouri [88].

Le théorème suivant donne les équations de l'observateur à grand gain.

**Théorème II.3 :** Sous l'hypothèse que la fonction  $\varphi(u, \zeta)$  est globalement Lipschitzienne en  $\zeta$ , uniformément en  $u$ , le modèle suivant :

$$\dot{\hat{\zeta}} = A\hat{\zeta} + \varphi(u, \hat{\zeta}) - S_{\Theta}^{-1}C^T(C\hat{\zeta} - y) \quad (\text{II.63})$$

est un observateur exponentiel, dit à grand gain, pour le système d'équations (II.58) pour des entrées  $u$  bornées.

La matrice  $S_\Theta = \text{diag}\{S_{\theta\delta_i}\}_{i=1,\dots,p}$  est une matrice bloc diagonale dont chaque sous matrice  $S_{\theta\delta_i}$  de dimension  $k_i \times k_i$  est la solution unique de l'équation algébrique de Lyapunov suivante :

$$\theta\delta_i S_{\theta\delta_i} + A_i^T S_{\theta\delta_i} + S_{\theta\delta_i} A_i = C_i^T C_i \quad (\text{II.64})$$

où les matrices  $A_i$  et  $C_i$  sont définies dans les équations (II.60), (II.61) et (II.62).  $\theta > 0$  est un réel et les  $\delta_i$  sont des réels positifs définis comme suit :

$$\begin{cases} \delta_i = \prod_{j=i+1}^p (k_j - 1) \text{ pour } 1 \leq i \leq p-1 \\ \delta_p = 1 \end{cases} \quad (\text{II.65})$$

Il a été démontré dans [88] que la solution  $S_{\theta\delta_i}$  de l'équation (II.64) est une matrice symétrique définie positive (DSP) pour  $\theta > 0$  et que l'on a :

$$S_{\theta\delta_i}(l, c) = \frac{(-1)^{(l+c)} M_{l+c-2}^{c-1}}{\theta\delta_i(l+c-1)} \text{ pour } 1 \leq l, c \leq k_i \quad (\text{II.66})$$

Où  $M_b^a = \frac{b!}{(b-a)!a!}$ .

Des exemples d'utilisation d'observateurs à grand gain construits à partir de sous-systèmes d'équations découplés obtenus à l'aide de l'approche géométrique peuvent être trouvés dans [89] ou encore dans [90].

### II.5.3.3.2 Observateur à modes glissants

La synthèse des observateurs à modes glissants est basée sur la théorie des systèmes d'équations à structure variable introduite par Fillipov [91] et Utkin [92]. Les premiers travaux mentionnant ce type d'observateurs sont l'œuvre de Slotine [93] et Canudas de Wit [94].

Le théorème suivant donne les équations de l'observateur à modes glissants, dont la démonstration pour le cas mono-sortie peut être trouvée dans l'ouvrage dédié à la commande par modes glissants de Perruquetti et Barbot [95].

**Théorème II.4 :** Les systèmes d'équations s'écrivant sous la forme canonique d'observabilité (II.60) admettent pour observateur à modes glissants le système décrit par les équations suivantes :



$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{\zeta}}_1^1 \\ \dot{\hat{\zeta}}_2^1 \\ \vdots \\ \dot{\hat{\zeta}}_{k_1}^1 \\ \vdots \\ \dot{\hat{\zeta}}_1^p \\ \dot{\hat{\zeta}}_2^p \\ \vdots \\ \dot{\hat{\zeta}}_{k_p}^p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\zeta}_2^1 \\ \hat{\zeta}_3^1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \hat{\zeta}_2^p \\ \hat{\zeta}_3^p \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varphi_1^1(u; \zeta_1^1; \tilde{\zeta}^2, \dots, \tilde{\zeta}^p) \\ \varphi_2^1(u; \zeta_1^1, \tilde{\zeta}_2^1; \tilde{\zeta}^2, \dots, \tilde{\zeta}^p) \\ \vdots \\ \varphi_{k_1}^1(u; \zeta_1^1, \tilde{\zeta}_2^1, \dots, \tilde{\zeta}_{k_1}^1; \tilde{\zeta}^2, \dots, \tilde{\zeta}^p) \\ \vdots \\ \varphi_1^p(u; \tilde{\zeta}^1, \dots, \tilde{\zeta}^{p-1}; \zeta_1^p) \\ \varphi_1^p(u; \tilde{\zeta}^1, \dots, \tilde{\zeta}^{p-1}; \zeta_1^p, \tilde{\zeta}_2^p) \\ \vdots \\ \varphi_{k_p}^p(u; \tilde{\zeta}^1, \dots, \tilde{\zeta}^{p-1}; \zeta_1^p, \tilde{\zeta}_2^p, \dots, \tilde{\zeta}_{k_p}^p) \end{pmatrix} \quad (\text{II.67})$$

$$+ \begin{pmatrix} \lambda_1^1 \text{sgn}_1^1(\zeta_1^1 - \hat{\zeta}_1^1) \\ \lambda_2^1 \text{sgn}_2^1(\tilde{\zeta}_2^1 - \hat{\zeta}_2^1) \\ \vdots \\ \lambda_{k_1}^1 \text{sgn}_{k_1}^1(\tilde{\zeta}_{k_1}^1 - \hat{\zeta}_{k_1}^1) \\ \vdots \\ \lambda_1^p \text{sgn}_1^p(\zeta_1^p - \hat{\zeta}_1^p) \\ \lambda_2^p \text{sgn}_2^p(\tilde{\zeta}_2^p - \hat{\zeta}_2^p) \\ \vdots \\ \lambda_{k_p}^p \text{sgn}_{k_p}^p(\tilde{\zeta}_{k_p}^p - \hat{\zeta}_{k_p}^p) \end{pmatrix}$$

où :

$$\begin{cases} \tilde{\zeta}_j^i = \hat{\zeta}_j^i + \lambda_{j-1}^i \text{sgn}_{j-1, \text{moy}}^i(\tilde{\zeta}_{j-1}^i - \hat{\zeta}_{j-1}^i) \\ \tilde{\zeta}_1^i = \hat{\zeta}_1^i \end{cases} \quad \text{pour } j = 2, \dots, k_i \text{ et } i = 1, \dots, p \quad (\text{II.68})$$

et la fonction  $\text{sgn}_{j-1, \text{moy}}^i$  désigne la fonction  $\text{sgn}_{j-1}^i$  filtrée par un filtre passe bas afin de rejeter les variations dues aux perturbations hautes fréquences générées par les discontinuités des fonctions signes.

La fonction  $\text{sgn}_j^i(\cdot)$  est égale à zéro s'il existe un  $l \in \{1, j-1\}$  tel que  $\tilde{\zeta}_l^i - \hat{\zeta}_l^i \neq 0$ , sinon elle est égale à la fonction signe classique :

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (\text{II.69})$$

Les valeurs des gains  $\lambda_j^i$  sont choisies telles que l'état de l'observateur  $\hat{\zeta}$  converge en un temps fini vers l'état  $\zeta$  du système d'équations.

Des exemples d'utilisation d'observateurs à modes glissants pour la surveillance à base de sous-systèmes d'équations découplés peuvent être trouvés dans [96].

### II.5.3.4 Structures de banc d'observateurs

Les résidus générés par des observateurs (ou filtres) peuvent être structurés de façon à pouvoir localiser les défauts. Dans le cas idéal, on cherche à ce qu'un résidu ne soit sensible (ou insensible) qu'à un seul défaut. L'utilisation d'observateurs d'ordre réduit construits à partir d'une partie seulement des entrées et/ou des sorties permet d'atteindre cet objectif. L'état du système d'équations doit être observable vis-à-vis du jeu de sorties considérées.

Parmi les structures les plus employées [97] [98] [99], citons la structure d'observateurs dédiés (Dedicated Observer Scheme ou DOS) schématisée dans la figure II.8. Si l'on cherche à détecter et localiser des défauts d'actionneurs, le banc d'observateurs est tel que le  $i^{\text{ème}}$  observateur est piloté par la  $i^{\text{ème}}$  entrée et toutes les sorties ; les entrées restantes sont considérées comme inconnues. Dans ce cas, le résidu issu de cet  $i^{\text{ème}}$  observateur est insensible aux défauts des entrées non utilisées. La table de signatures théoriques de défauts sera alors composée de 0 à l'exception d'une diagonale de 1. Ce type de structure est généralement utilisé pour le cas de défauts multiples.

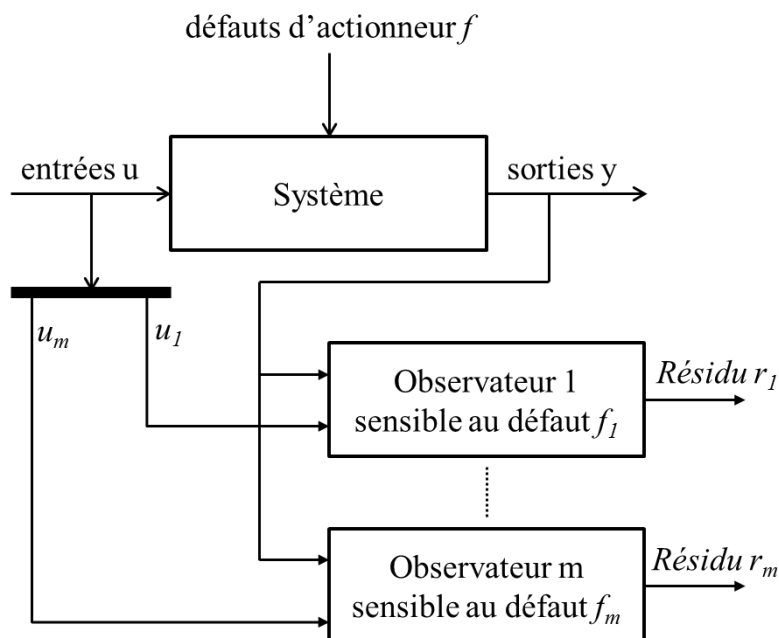


Figure II.8 – Structure DOS

Une autre structure, appelée "structure généralisée" (Generalized Observer Scheme ou GOS) schématisée dans la figure II.9, utilise un ensemble d'observateurs où le  $i^{\text{ème}}$  observateur est piloté par toutes les entrées sauf la  $i^{\text{ème}}$  et toutes les sorties. Le résidu issu de cet observateur est donc sensible aux défauts de toutes les entrées sauf ceux affectant la  $i^{\text{ème}}$  entrée. La table

de signatures théoriques sera alors composée de 1 à l'exception d'une diagonale de 0. Ce type de structure est généralement utilisé pour le cas de défauts uniques.

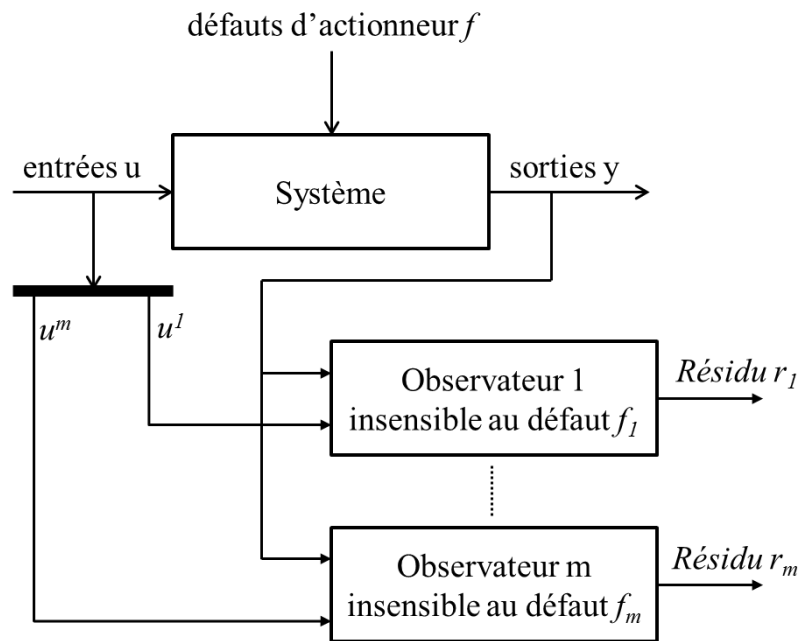


Figure II.9 – Structure GOS

Dans le cas de la détection et la localisation de défauts capteurs, le  $i^{\text{ème}}$  observateur du banc est piloté par toutes les entrées et toutes les sorties sauf la  $i^{\text{ème}}$  pour la structure GOS; et il est piloté par toutes les entrées et la  $i^{\text{ème}}$  sortie pour la structure DOS.

Dans le cas de la détection et la localisation de défauts composants du système, la synthèse d'observateurs devient une tâche complexe. Une solution consiste à synthétiser des observateurs locaux où chaque observateur est construit sur uniquement une partie du système physique et chaque sous-système dépend d'un ensemble de composants pouvant présenter un défaut. Si les sous-systèmes sont parfaitement découplés, la synthèse des observateurs locaux permettra de mener à bien les tâches de détection et de localisation. Si les sous-systèmes sont couplés, c'est-à-dire que certaines variables interviennent dans plusieurs sous-systèmes. L'utilisation par exemple d'UIO d'ordre réduit ne sera pas satisfaisante car les variables de couplage seront intégrées dans le vecteur des entrées inconnues et le nombre de degré de liberté pour la synthèse de ces observateurs pourra se révéler insuffisant.

Dans la littérature, les observateurs sont exclusivement mentionnés dans le cas déterministe en référence à l'observateur classique de Luenberger. Dans le cas stochastique, nous parlons de filtres dont la structure de base est la même que celle des observateurs. Dans la sous-

section suivante, nous présentons la structure d'un filtre particulier, appelé "filtre de Kalman", utilisé pour la génération de résidus.

## II.5.4 Filtres de Kalman standard / Etendu

Les techniques de génération de résidus à base de filtre de Kalman ont été largement utilisées dans la littérature depuis le début des années 70 [54]. De manière générale, le filtre de Kalman vise à estimer l'état d'un système d'équations évoluant dans le temps à partir de son état précédent, des entrées de commande et des mesures bruitées. Son application nécessite la disponibilité du modèle de l'ensemble des sources de perturbations affectant le système d'équations sous forme stochastique. L'état estimé est optimal au sens du minimum de variance (de l'erreur entre l'état réel et son estimation).

Nous rappelons brièvement ici la procédure de synthèse d'un filtre de Kalman standard (Standard Kalman Filter : SKF) [100] pour un système linéaire à temps continu décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + w(t) \\ y(t) = Cx(t) + v(t) \end{cases} \quad (\text{II.70})$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^p$  représentent respectivement les vecteurs d'états, d'entrées et de mesures. Les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sont des matrices réelles, constantes et de dimensions appropriées. Les entrées aléatoires  $w(t)$  et  $v(t)$  sont respectivement les bruits d'état et de mesure.

Pour pouvoir appliquer le filtre de Kalman, nous supposons que :

- 1) La paire  $(A, C)$  est détectable, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de mode instable et inobservable dans le système d'équations (II.70).
- 2) Les signaux  $w(t)$  et  $v(t)$  sont des bruits blancs gaussiens, centrés (moyenne nulle), indépendants, de densité spectrale de puissance (DSP)  $W$  et  $V$  respectivement, c'est-à-dire :

$$E[w(t)w(t + \tau)^T] = W\delta(\tau) \quad (\text{II.71})$$

$$E[v(t)v(t + \tau)^T] = V\delta(\tau) \quad (\text{II.72})$$

$$E[w(t)v(t + \tau)^T] = 0 \quad (\text{II.73})$$

où  $\delta(\tau)$  est l'impulsion de Dirac.

- 3) La matrice  $V$  est une matrice définie positive et  $W$  est une matrice semi-définie positive.

En notant  $x(t_0)$  la valeur initiale de l'état, de moyenne  $E[x(t_0)]$ , le principe du filtre de Kalman est de fournir une estimation du vecteur d'état  $\hat{x}(t)$  du système d'équations, telle que la variance de l'erreur d'estimation soit minimale. Les équations du filtre de Kalman sont alors données par :

$$\begin{aligned}\hat{x}(t_0) &= E[x(t_0)] \\ P(t_0) &= E[(x(t_0) - \hat{x}(t_0))(x(t_0) - \hat{x}(t_0))^T] \\ K(t) &= P(t)C^TV^{-1} \\ \hat{x}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(t)(y - C\hat{x}(t)) \\ \dot{P}(t) &= AP(t) + P(t)A^T - P(t)C^TV^{-1}CP(t) + W\end{aligned}\tag{II.74}$$

où  $K(t)$  est le gain du filtre de Kalman et  $P(t)$  la matrice de covariance de l'erreur d'estimation.

D'autres approches sont possibles pour optimiser le choix de la matrice de gain  $K(t)$  à l'aide de critère faisant intervenir par exemple la norme  $H_\infty$  et/ou  $H_-$  [100].

Pour la plupart des systèmes d'équations non linéaires, nous pouvons extraire un état d'équilibre autour duquel le système va évoluer. Dans ce cas, il pourra être linéarisé et le filtre de Kalman standard pourra être synthétisé. Lorsqu'un état d'équilibre fixe ne peut être exhibé, la linéarisation peut être réalisée autour de l'état estimé (actuel) par le filtre de Kalman qui est construit à base du système d'équations linéarisé. C'est le principe du filtre de Kalman étendu (Extended Kalman Filter : EKF).

Considérons le système non linéaire décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), w(t)) \\ y(t) = h(x(t), v(t)) \end{cases}\tag{II.75}$$

où les signaux  $w(t)$  et  $v(t)$  satisfont les hypothèses (2) et (3) citées ci-dessus.

Les étapes de construction du filtre de Kalman étendu [100] sont les suivantes :

- 1) Calculer les matrices de dérivation partielle autour de l'état estimé :

$$\begin{aligned}A &= \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\hat{x}} \\ Q &= \left. \frac{\partial f}{\partial w} \right|_{\hat{x}} \\ C &= \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\hat{x}} \\ R &= \left. \frac{\partial h}{\partial v} \right|_{\hat{x}}\end{aligned}\tag{II.76}$$

2) Calculer les matrices suivantes

$$\begin{aligned}\tilde{W} &= QWQ^T \\ \tilde{V} &= RVR^T\end{aligned}\tag{II.77}$$

3) Estimer l'état du système d'équations en suivant les formules suivantes :

$$\begin{aligned}\hat{x}(t_0) &= E[x(t_0)] \\ P(t_0) &= E\left[(x(t_0) - \hat{x}(t_0))(x(t_0) - \hat{x}(t_0))^T\right] \\ K(t) &= P(t)C^T\tilde{V}^{-1} \\ \hat{x}(t) &= f(\hat{x}(t), u(t), w_0(t)) + K(t)(y - h(\hat{x}(t), v_0(t))) \\ \dot{P}(t) &= AP(t) + P(t)A^T - P(t)C^T\tilde{V}^{-1}CP(t) + \tilde{W}\end{aligned}\tag{II.78}$$

où les valeurs nominales des bruits sont  $w_0(t) = 0$  et  $v_0(t) = 0$ .

Le filtre de Kalman étendu est largement utilisé dans la littérature pour différentes applications. Cependant, le réglage de ses paramètres peut parfois s'avérer difficile si le système est fortement non linéaire. Pour remédier à ce problème, une extension du filtre de Kalman étendu a été réalisée, appelée, filtre de Kalman "Unscented" qui permet de réduire les erreurs de linéarisation. Plus de détails sur ce filtre et d'autres extensions peuvent être trouvés dans l'ouvrage de Simon [100].

Dans la sous-section suivante, nous proposons une nouvelle approche de génération de résidus à base de modèles non linéaires inversibles vérifiant des propriétés d'algèbre différentielle.

### II.5.5 Nouvelle approche de génération de résidus

L'approche analytique pour le découplage et les méthodes de génération de résidus à base d'observateurs non linéaires doivent satisfaire certaines conditions relatives à l'observabilité et à l'existence d'un difféomorphisme permettant d'appliquer un changement de coordonnées au système d'équations originel. Dans la nouvelle base, un sous-système d'équations est obtenu, avec une injection de sortie. Ce sous-système peut être complètement insensible aux perturbations ou à un ensemble de défaut dans l'objectif d'une localisation.

Certains jeux de sorties ne permettent pas de trouver un difféomorphisme permettant de réaliser un tel changement de base. Dans ce cas, une autre approche peut être envisagée pour la détection et la localisation des défauts qui consiste à déterminer des sorties particulières telles que le difféomorphisme et l'inversion dynamique existent. Ce concept se base sur la notion de platitude différentielle, une propriété attribuée à certains systèmes d'équations non linéaires.

### II.5.5.1 Platitude différentielle

Les premiers travaux sur la platitude ont été réalisés par Charlet et al. [101] pour des applications aéronautiques. Puis, le concept de platitude a été formalisé par Fliess et al. [102] en se basant sur les travaux de thèse de Martin [103].

Considérons un système d'équations non linéaire défini sur une variété différentiable  $X$  et s'écrivant sous la forme suivante :

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (\text{II.79})$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  et  $u \in \mathbb{R}^m$  représentent respectivement les vecteurs d'états et d'entrées de commande.  $f(\cdot)$  représente une application non linéaire lisse (continûment différentiable) sur  $X$ . Sous l'hypothèse que  $m \leq n$ , nous introduisons la définition mathématique suivante de platitude.

**Définition II.11 : (Platitude différentielle [102])** *Le système d'équations non linéaire (II.79) est différentiellement plat, ou plus brièvement, plat si et seulement s'il existe un vecteur  $z \in \mathbb{R}^m$ , dont les éléments sont des fonctions différentiellement indépendantes, de la forme :*

$$z = \phi(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(\alpha)}) \quad (\text{II.80})$$

tel que :

$$\begin{cases} x = \psi_x(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta)}) \\ u = \psi_u(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta+1)}) \end{cases} \quad (\text{II.81})$$

où  $\psi_x$  et  $\psi_u$  représentent des applications lisses sur la variété  $X$ ,  $z_i^{(k)}$  correspond à la dérivée d'ordre  $k$  de la  $i^e$  composante de  $z$ , et  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)$ ,  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_m)$  sont des  $m$ -uplets finis d'entiers où chaque entier  $\alpha_i$  ou  $\beta_i$  correspond au degré de dérivation de la  $i^{\text{ème}}$  composante de  $z$ .

Le vecteur  $z \in \mathbb{R}^m$  est alors appelé sortie plate et n'est pas unique.

La détermination d'un ensemble de sorties plates peut être réalisée par un algorithme basé sur les conditions nécessaires et suffisantes de platitude dont la description est détaillée dans l'ouvrage de Lévine [104].

Plusieurs travaux ont été menés dans le cadre de la commande des systèmes utilisant la propriété de platitude. Citons par exemple les travaux de Mai et al. [105] [106] où l'approche présentée est basée sur des concepts d'algèbre différentielle [107] [108] [109] pour l'estimation et la compensation de défauts d'actionneurs de type additifs.

### **II.5.5.2 Génération de résidus à base de modèles plats**

La propriété des systèmes plats permet de construire, comme dans le cas de l'espace de parité, des relations de redondance analytique puisque chaque entrée de commande et état du système peuvent être exprimés en fonction des sorties plates (cf. définition II.11). Ainsi, un vecteur de résidus est formé à partir des équations de parité qui sont calculées par simple comparaison des mesures à leurs estimations sous l'hypothèse que les états estimés sont mesurables.

Dans le cadre du diagnostic des défauts, peu de travaux sont basés sur la propriété de platitude. Nan et al. [110] ont utilisés la propriété de platitude couplée à un observateur non linéaire afin de construire des signaux de résidus. Ces deniers sont obtenus par la différence entre l'estimation des variables d'état (mesurables) par l'observateur et leur estimation par platitude différentielle. Le principal problème de cette technique réside dans le choix des conditions initiales de l'observateur qui peut engendrer des cas de fausses alarmes.

Les relations de redondance analytique obtenues grâce à la propriété de platitude différentielle d'un système d'équations linéaire, sont exploitées dans [111] pour générer des signaux de résidus. Les dérivées temporelles des sorties plates sont calculées en utilisant les outils d'approximation B-splines.

Dans les travaux de Zhang et al. [112], les résidus sont calculés en comparant l'estimation de l'état à sa mesure. Pour pallier les erreurs de modélisation et les bruits de mesures, une distribution probabiliste est déterminée. Cette approche est appliquée aux systèmes plats d'équations non linéaires à temps discret. Le principal problème de cette approche est la difficulté de calculer en ligne cette distribution probabiliste. Afin de résoudre ce problème, les auteurs ont couplés une distribution pré-calculée simplifiée avec une logique neuro-flou (neuro-fuzzy) permettant de réduire la charge de calcul au détriment d'une augmentation des étapes de conception.

Dans les travaux de Barbot et al. [113], la propriété de platitude est utilisée pour la construction d'observateurs à entrées inconnues permettant d'estimer les variables d'état et les entrées inconnues. Dans [114], les auteurs ont utilisé la propriété de platitude dans un contexte d'algèbre différentielle pour l'estimation des défauts et des perturbations d'un système d'équations non linéaire.

En se basant sur les articles référencés ci-dessus, nous proposons de construire des relations de redondance analytique pour les systèmes d'équations non linéaires décrit par :



$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{II.82})$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^p$  représentent respectivement les vecteurs d'états, d'entrées et de sorties.  $f$  et  $h$  sont des vecteurs de fonctions analytiques.

Sous l'hypothèse que le système d'équations (II.82) est différentiellement plat avec le vecteur de sortie plate  $z = (z_1 \ \cdots \ z_i \ \cdots \ z_m)^T$  où chaque élément  $z_i = y_j$  pour  $j \in \{1, \dots, p\}$ , il en résulte  $p - m$  variables de sortie restantes (non utilisées dans la construction de la sortie plate), telles que  $0 < p - m \leq n - m$ , notées  $y_r = (y_{r_1} \ \cdots \ y_{r_k} \ \cdots \ y_{r_{(p-m)}})^T$  où chaque élément  $y_{r_k} \neq z_i \ \forall i \in \{1, \dots, m\}$ , permettant de construire  $p - m$  signaux de résidu de sortie en plus des  $m$  signaux de résidus d'entrée :

$$\begin{pmatrix} r_{1y} \\ \vdots \\ r_{(p-m)y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{r_1} \\ \vdots \\ y_{r_{(p-m)}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{y}_{r_1} \\ \vdots \\ \hat{y}_{r_{(p-m)}} \end{pmatrix} \quad (\text{II.83})$$

$$\begin{pmatrix} r_{1u} \\ \vdots \\ r_{mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u}_1 \\ \vdots \\ \hat{u}_m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{pmatrix} \quad (\text{II.84})$$

où :

$$\begin{pmatrix} \hat{y}_{r_1} \\ \vdots \\ \hat{y}_{r_{(p-m)}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{r_1}(\hat{x}) \\ \vdots \\ h_{r_{(p-m)}}(\hat{x}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{r_1}(\psi_{\hat{x}}(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta)})) \\ \vdots \\ h_{r_{(p-m)}}(\psi_{\hat{x}}(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta)})) \end{pmatrix} \quad (\text{II.85})$$

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_1 \\ \vdots \\ \hat{u}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_{\hat{u}_1}(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta+1)}) \\ \vdots \\ \psi_{\hat{u}_m}(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta+1)}) \end{pmatrix} \quad (\text{II.86})$$

Les valeurs des signaux de résidus des équations (II.83) et (II.84) sont supposées être inférieures à des valeurs seuil en l'absence de défauts et dépasseront ces valeurs seuil en présence de défauts.

Nous allons maintenant étudier la détection et la localisation des différents types de défauts que peut subir le système d'équations (II.82), à savoir, les défauts de capteurs, d'actionneurs et de composants du système.

#### a) Détection et localisation de défauts capteurs :

Supposons une présence de défauts de capteurs tels que le vecteur des sorties du système d'équations (II.82) est décrit par :

$$y = h(x) + \sum_{i=1}^p G_i(x) f_{c_i} \quad (\text{II.87})$$

où :

$$\sum_{i=1}^p G_i(x) f_{c_i} = \underbrace{\begin{pmatrix} g_1(x) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}}_{G_1(x)} f_{c_1} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ g_2(x) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}}_{G_2(x)} f_{c_2} + \dots + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ g_p(x) \end{pmatrix}}_{G_p(x)} f_{c_p} \quad (\text{II.88})$$

Après un éventuel ré-ordonnancement de ses composantes, le vecteur de sortie peut être décomposé en deux sous vecteurs correspondants aux sorties plates  $z$  et aux sorties restantes  $y_r$ , tel que :

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \\ y_{m+1} \\ \vdots \\ y_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ y_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_m \\ y_{r_1} \\ \vdots \\ y_{r_{(p-m)}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_z(x) \\ h_r(x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^m G_i(x) f_{c_i} \\ \sum_{i=m+1}^p G_i(x) f_{c_i} \end{pmatrix} \quad (\text{II.89})$$

En considérant l'expression du vecteur de sortie  $y_r$  et après un réarrangement de l'équation (II.89), nous obtenons :

$$\begin{pmatrix} y_{r_1} \\ \vdots \\ y_{r_{(p-m)}} \end{pmatrix} - h_r(x) = \begin{pmatrix} g_{m+1}(x) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & g_p(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{c_{m+1}} \\ \vdots \\ f_{c_p} \end{pmatrix} \quad (\text{II.90})$$

où le vecteur d'état  $x$  peut être estimé par la propriété de platitude à l'aide du vecteur de fonction  $\psi_{\hat{x}}(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta)})$ . Nous obtenons alors le vecteur de résidu de sortie :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} r_{1y} \\ \vdots \\ r_{(p-m)y} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} y_{r_1} \\ \vdots \\ y_{r_{(p-m)}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h_{r_1}(\psi_{\hat{x}}(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta)})) \\ \vdots \\ h_{r_{(p-m)}}(\psi_{\hat{x}}(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta)})) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} g_{m+1}(x) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & g_p(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{c_{m+1}} \\ \vdots \\ f_{c_p} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II.91})$$

Nous constatons dans cette dernière équation que chaque défaut  $f_{c_i}$  pour  $i \in \{m+1, \dots, p\}$  est détectable et localisable par le résidu  $r_{jy}$  pour  $j \in \{1, \dots, p-m\}$ .

Les défauts  $f_{c_i}$  pour  $i \in \{1, \dots, m\}$  qui impactent les sorties plates  $z$  sont détectables mais non localisables. Ces défauts interviennent dans le calcul de chaque signal de résidu de sortie via la fonction non linéaire  $\psi_{\hat{x}}(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta)})$  avec le vecteur  $z$  exprimé dans l'équation (II.89) en fonction des défauts  $f_{c_i}$  pour  $i \in \{1, \dots, m\}$ .

b) Détection et localisation de défauts actionneurs :

Supposons une présence de défauts d'actionneurs tels que le vecteur d'entrée du système d'équations (II.82) est décrit par :

$$u = u_{nom} + \sum_{i=1}^m G_i(x) f_{a_i} \quad (II.92)$$

où  $u_{nom}$  est le vecteur d'entrée nominale (sans défaut) supposé connu (ou mesuré) et :

$$\sum_{i=1}^m G_i(x) f_{a_i} = \underbrace{\begin{pmatrix} g_1(x) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}}_{G_1(x)} f_{a_1} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ g_2(x) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}}_{G_2(x)} f_{a_2} + \dots + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ g_m(x) \end{pmatrix}}_{G_m(x)} f_{a_m} \quad (II.93)$$

L'équation (II.92) se réécrit :

$$u - u_{nom} = \sum_{i=1}^m G_i(x) f_{a_i} \quad (II.94)$$

où le vecteur d'entrée  $u$  peut être estimé par la propriété de platitude à l'aide du vecteur de fonction  $\psi_{\hat{u}}(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta+1)})$ . Nous obtenons donc le vecteur de résidu d'entrée :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} r_{1u} \\ \vdots \\ r_{mu} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \psi_{\hat{u}_1}(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta)}) \\ \vdots \\ \psi_{\hat{u}_m}(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta+1)}) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_{nom_1} \\ \vdots \\ u_{nom_m} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} g_1(x) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & g_m(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{a_1} \\ \vdots \\ f_{a_m} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (II.95)$$

Nous constatons dans cette dernière équation que chaque défaut  $f_{a_i}$  pour  $i \in \{1, \dots, m\}$  est détectable et localisable car il impacte un et un seul résidu  $r_{iu}$ .

La présence de défauts capteurs impactant les sorties plates  $z$  sera également détectable par les signaux de résidu d'entrée pour la même raison mentionnée dans le cas de défauts de capteurs.

c) Détection et localisation de défauts composants du système :

Supposons une présence de défauts composants du système tels que l'équation d'état (II.82) est décrite par :

$$\dot{x} = f(x, u) + \sum_{i=1}^{m_s} G_i(x) f_{s_i} \quad (\text{II.96})$$

où  $G_i(x)$  est le  $i^e$  vecteur de fonctions analytiques non linéaires qui pondère le  $i^e$  défaut composant  $f_{s_i}$ .

Ces défauts impactent les variables d'état et par conséquence les mesures issues du système. Les sorties plates sont donc affectées par ces défauts. Ces derniers ne peuvent être détectés par les résidus de sortie de l'équation (II.83). Ils sont détectables par les signaux de résidus d'entrée de l'équation (II.84) mais leur localisation n'est pas garantie.

Toutefois, à partir de l'équation (II.96), un nouveau vecteur de résidu (que l'on appellera résidu d'état) peut être généré par la différence entre la dérivée de l'estimation du vecteur d'état  $\hat{x}$  et l'estimation du vecteur de fonction non linéaire  $f(\hat{x}, u)$  tel que :

$$r_x = \dot{\hat{x}} - f(\hat{x}, u) = \sum_{i=1}^{m_s} G_i(\hat{x}) f_{s_i} \quad (\text{II.97})$$

où  $\hat{x} = \psi_{\hat{x}}(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta)})$  est défini par la propriété de platitude. La dernière équation se réécrit :

$$r_x = \frac{d}{dt} \psi_{\hat{x}}(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta)}) - f(\psi_{\hat{x}}(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta)}), u) = \sum_{i=1}^{m_s} G_i(\hat{x}) f_{s_i} \quad (\text{II.98})$$

Ce vecteur de résidu permet alors de détecter et de localiser les défauts composants du système.

Dans cette sous-section, nous avons établi les relations de redondances analytiques permettant de construire des signaux de résidu à partir des variables des sorties plates et de leur dérivées successives.

Nous présentons dans la section suivante une des méthodes de différentiation numérique permettant le calcul des dérivées des signaux de sortie et/ou d'entrée nécessaires à l'application de certaines méthodes de génération de résidus.

## II.6 Différentiateurs numériques

La procédure de découplage présentée dans la section II.4 et les méthodes de génération de résidus utilisant l'espace de parité (section II.5.2.3) et celles à base de modèles plats (section II.5.5.2) requièrent l'estimation des dérivées temporelles successives de variables mesurées. Ces mesures sont généralement affectées par des signaux indésirables qui résultent de la propagation de bruits de différentes natures et origines.

Dans les travaux de thèse de Christophe [115], une étude a été menée sur les différentes méthodes visant à estimer les dérivées d'un signal à partir des points de mesures de celui-ci. Deux approches sont distinguées :

1. Le signal à dériver est approximé par une fonction polynomiale ou par une fonction spline.
2. Le signal à dériver est utilisé comme entrée dans un filtre dont la sortie converge vers la dérivée à calculer.

Dans cette section nous détaillons un des estimateurs de la 2<sup>ème</sup> approche, basé sur le concept des observateurs à modes glissants présenté dans la section II.5.3.3.2. Dans l'article de Levant [116], les notions de différentiateurs à modes glissants d'ordre 1, 2 puis d'ordres supérieurs ont été définies. La principale difficulté réside dans la détermination des paramètres de réglage du différentiateur.

### II.6.1 Différentiateur à modes glissants

Considérons un signal  $s$  à dériver, décrit par :

$$s = s_0 + v \quad (\text{II.99})$$

avec  $v$  un bruit borné et  $s_0$  un signal de base (non-bruité) ayant sa  $n^{\text{ème}}$  dérivée lipschitzienne ( $|s_0^{(n)}(k) - s_0^{(n)}(k-1)| \leq L \cdot \Delta t$ ) de constante  $L > 0$ .

Le différentiateur numérique à modes glissants d'ordres supérieurs (Higher Order Sliding Modes : HOSM) permettant d'estimer le signal  $s$  et ses dérivées successives, notées  $s_1 \cdots s_n$ , est décrit par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{s}} &= -\alpha_0 |\hat{s} - s|^{\frac{n}{n+1}} \text{sign}(\hat{s} - s) + \hat{s}_1 \\ \dot{\hat{s}}_1 &= -\alpha_1 |\hat{s}_1 - \dot{\hat{s}}|^{\frac{n-1}{n}} \text{sign}(\hat{s}_1 - \dot{\hat{s}}) + \hat{s}_2 \\ \vdots &= \vdots \\ \dot{\hat{s}}_k &= -\alpha_k |\hat{s}_k - \dot{\hat{s}}_{k-1}|^{\frac{n-k}{n-k+1}} \text{sign}(\hat{s}_k - \dot{\hat{s}}_{k-1}) + \hat{s}_{k+1} \\ \vdots &= \vdots \\ \dot{\hat{s}}_{n-1} &= -\alpha_{n-1} |\hat{s}_{n-1} - \dot{\hat{s}}_{n-2}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\hat{s}_{n-1} - \dot{\hat{s}}_{n-2}) + \hat{s}_n \\ \dot{\hat{s}}_n &= -\alpha_n \text{sign}(\hat{s}_n - \dot{\hat{s}}_{n-1}) \end{cases} \quad (\text{II.100})$$

où  $\hat{s}, \hat{s}_1, \dots, \hat{s}_n$  sont les estimées respectives du signal  $s$  et de ses dérivées successives. Les paramètres  $\alpha_0, \dots, \alpha_k, \dots, \alpha_n$  sont des constantes positives.

En présence de bruit, le différentiateur (II.100) converge en un temps fini comme le précise le théorème suivant.

**Théorème II.5 : [116] [117]**

*Le signal  $s_0$  est supposé  $n$  fois continûment différentiable et le bruit de mesure  $v$  est borné. Il existe alors un instant fini  $t_1$  tel que  $0 \leq t_1 < +\infty$  et des constantes positives  $\mu_k, k = 0, \dots, n$  (qui dépendent uniquement de  $\alpha_k$ ) tels que :*

$$|\hat{s}_k(t) - s_0^{(k)}(t)| \leq \mu_k \|v(t)\|^{\left(\frac{n+1-k}{n+1}\right)}, \forall t \geq t_1 \quad (\text{II.101})$$

Les paramètres  $\alpha_i, i = 1, \dots, n$  sont donnés par la relation  $\alpha_i = \alpha_{0i} L^{\frac{1}{n-i+1}}$  où les valeurs  $\alpha_{0i}$  sont données dans [116] et [117] pour un différentiateur HOSM d'ordre inférieur ou égal à 5 ( $n = 5$ ) :

$$\alpha_{0n} = 1,1 \quad \alpha_{0(n-1)} = 1,5 \quad \alpha_{0(n-2)} = 3 \quad \alpha_{0(n-3)} = 5 \quad \alpha_{0(n-4)} = 8 \quad \alpha_{0(n-5)} = 12 \quad (\text{II.102})$$

La constante de Lipschitz  $L$  peut être choisie très grande pour assurer une meilleure estimation des dérivées. Cependant, cet accroissement dans la valeur de la constante  $L$  rend le différentiateur plus sensible au bruit, notamment pour les signaux variant très lentement. Pour remédier à ce problème, il a été proposé dans [118] de choisir un paramètre  $L(t)$  variant dans le temps.

## II.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons commencé par rappeler les modèles d'état de représentation du comportement dynamique des systèmes physiques et les deux principales tâches de détection et de localisation des défauts du concept de diagnostic à base de modèles. Ces rappels étaient nécessaires pour introduire et poser le Problème Fondamental de la Génération de Résidus (PFGR) de manière générale et locale. La résolution du PFGR comporte deux principales étapes. La première étape s'appuie sur la méthode de découplage qui permet de dégager un sous-système d'équations insensible aux perturbations. La deuxième étape se focalise sur l'utilisation des méthodes de génération de résidus qui sont appliquées au sous-système d'équations obtenu à la première étape. Ainsi les signaux de résidus générés sont sensibles aux défauts et robustes aux perturbations.

L'étape de découplage peut également être utilisée afin de générer des résidus structurés pour la localisation des défauts. Dans ce cas, un certain nombre de sous-systèmes d'équations est obtenu où chaque sous-système d'équations est insensible à un défaut et sensible aux autres défauts. Ainsi, un banc de filtres de structure GOS peut être obtenu où chaque filtre est construit à partir d'un sous-système d'équations.

Les principales méthodes de génération de résidus ont été présentées, à savoir, l'estimation paramétrique, l'espace de parité, les observateurs et les filtres de Kalman. Il est à noter que l'approche par projection dans l'espace de parité est un cas particulier d'un observateur de diagnostic. Une comparaison entre ces deux approches peut notamment être trouvée dans l'ouvrage de référence [30] et dans les travaux de thèse de Christophe [115]. Dans cette dernière, il est montré que dans le cas des systèmes d'équations linéaires, les résidus de parité sont égaux à un filtre linéaire près aux résidus d'observateurs. D'autre part, dans le cas des systèmes d'équations non linéaires, les résidus issus d'un observateur à grand gain sont liés aux résidus de parité par un filtre non linéaire à coefficient variant dans le temps.

Pour compléter cette étude, nous avons proposé une nouvelle approche de génération de résidus fondée sur la théorie de platitude différentielle. Ainsi, des signaux de résidus sont générés permettant la détection et la localisation des défauts de type capteur, actionneur et composant du système. Une application de cette approche est réalisée dans le chapitre III au cas du circuit carburant et les résultats obtenus sont comparés à ceux obtenus par les autres méthodes présentées.

Les méthodes utilisant l'estimation paramétrique, l'espace de parité et la platitude différentielle nécessitent le calcul des dérivées successives des signaux de sortie et/ou d'entrée qui sont généralement bruités. Pour terminer ce chapitre, nous avons présenté une technique efficace d'estimation précise et robuste des dérivées, basée sur la théorie des observateurs à modes glissants.



# Chapitre III – Diagnostic des défauts du circuit carburant

## SOMMAIRE

---

III.1	INTRODUCTION .....	112
III.2	VALIDATION DU MODELE DU CIRCUIT CARBURANT.....	113
III.3	DIAGNOSTIC AVEC UNE DYNAMIQUE DU 1 <sup>ER</sup> ORDRE DU CLAPET- $\Delta P$ .....	119
III.3.1	Détection des fuites internes par estimation paramétrique .....	120
III.3.1.1	Principe.....	120
III.3.1.2	Application numérique .....	126
III.3.1.3	Résultats expérimentaux.....	131
III.3.1.4	Nouvelle approche de détection des fuites internes .....	143
III.3.1.5	Conclusion.....	145
III.3.2	Détection et localisation des fuites externes par espace de parité.....	146
III.3.2.1	Principe.....	146
III.3.2.2	Application numérique .....	153
III.3.2.3	Conclusion.....	155
III.4	DIAGNOSTIC AVEC UNE DYNAMIQUE DU 4 <sup>EME</sup> ORDRE DU CLAPET- $\Delta P$ .....	156
III.4.1	Défauts envisagés et modélisation associée.....	156
III.4.2	Découplage et génération de résidus à base de filtres.....	158
III.4.2.1	Découplage .....	158
III.4.2.2	Génération de résidus par filtres de Kalman étendus .....	161
III.4.2.3	Application numérique .....	164
III.4.2.4	Conclusion.....	165
III.4.3	Génération de résidus à base de platitude .....	166
III.4.3.1	Principe.....	166
III.4.3.2	Application numérique .....	168
III.4.3.3	Conclusion.....	170
III.5	CONCLUSION.....	171

---

## III.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous appliquons des méthodes de diagnostic, parmi celles présentées et développées dans le chapitre précédent, au système du circuit carburant de la figure I.2 dont le fonctionnement est caractérisé par le modèle Simscape (figure I.23). La mesure physique de débit dans le circuit carburant au niveau 1 de maintenance est une procédure nécessitant des moyens particuliers et onéreux. L'application des méthodes de diagnostic doit donc être basée sur des mesures de pressions afin de réduire les coûts et la complexité de la maintenance du circuit.

Nous débutons ce chapitre par la validation du modèle Simscape du circuit carburant en réalisant une corrélation entre les essais de simulation et les essais expérimentaux.

Dans la section III.3, nous appliquons deux méthodes de diagnostic des défauts basées sur une modélisation du circuit carburant avec une dynamique du 1<sup>er</sup> ordre du clapet- $\Delta P$ . La première méthode, basée sur l'estimation paramétrique, permet la détection des fuites internes de la pompe HP. La seconde méthode, utilisant l'espace de parité, permettrait la détection et la localisation des fuites externes des fonctions hydrauliques suivantes : les pompes BP/HP, la vanne de dosage, le clapet- $\Delta P$  et le CNA. Ces méthodes sont validées par simulation en utilisant le modèle Simscape du circuit carburant comme banc de simulation. A partir des mesures expérimentales issues d'un banc partiel, nous appliquerons la méthode de diagnostic par estimation paramétrique. L'analyse des mesures expérimentales de pressions a permis de développer une nouvelle approche de détection de ces fuites internes.

Dans la section III.4, nous appliquons deux autres méthodes de diagnostic des défauts. La première méthode est basée sur la synthèse de filtres non linéaires construits à partir des modèles des sous-espaces d'état (obtenus par découplage) insensibles aux défauts. La seconde méthode est basée sur le concept de platitude différentielle. Ces méthodes permettent la détection et la localisation des fuites externes du doseur et des fuites internes et externes de la pompe HP. Elles nécessitent de mettre le modèle du circuit sous forme de représentation d'état. Contrairement au modèle dynamique du 1<sup>er</sup> ordre, le modèle du 4<sup>ème</sup> ordre dispose d'une expression beaucoup plus simple de la fonction d'état  $f(x, u)$ . De plus, cette dynamique vérifie les conditions et hypothèses propres à chaque méthode de diagnostic appliquée.

Ce chapitre se terminera par un bilan de ces différentes approches de diagnostic.

## III.2 Validation du modèle du circuit carburant

Dans cette section, une corrélation est réalisée entre les essais expérimentaux et les essais de simulation du modèle Simscape du circuit carburant de la figure I.23.

La fréquence d'acquisition des mesures expérimentales est de 50 Hz. De ce fait, les phénomènes dynamiques liés à la compressibilité du carburant dans le circuit ne peuvent être observés car ils ont des fréquences propres supérieures à cette fréquence d'échantillonnage. En utilisant cette fréquence d'échantillonnage dans le modèle Simscape, les simulations temporelles avec le modèle dynamique d'ordre 1 ou d'ordre 4 tel que présenté dans les sections I.7.1 et I.7.2 sont semblables.

### III.2.1 Présentation des relevés d'essais CEPR

Des relevés d'essais de démarrage du Centre d'Essai Propulseur (CEPR) sur le circuit carburant d'une turbomachine à différentes températures et altitudes ont été fournis par Turbomeca. Ces relevés regroupent les mesures de la pression  $PSHP$  en sortie de la pompe HP, de la pression  $PSD$  et du débit  $Q_D$  en sortie de la vanne de dosage, de la pression  $P3$  en sortie du compresseur et de la température  $TEBP$  en entrée de la pompe BP ; pour des consignes données de vitesse de rotation  $NG$  et de position résolveur  $XR$  qui évoluent en fonction du temps  $t$ .

Les relevés d'essais, effectués au banc d'essais dans des enceintes contrôlées en température et pressions, ont été réalisés pour les trois conditions d'essai suivantes :

- Essai  $E_1$  de démarrage au sol à 15°C
- Essai  $E_2$  de démarrage au sol à -15°C
- Essai  $E_3$  de démarrage à 7000 m à -15°C

Un retard de la consigne  $XR$  par rapport à la mesure de débit  $Q_D$  a été constaté pour les 3 types d'essais. Afin d'y remédier, nous avons procédé à un recalage de la consigne  $XR$  en reculant chacune de ses valeurs d'un  $\Delta t$  de 0,54 s pour l'essai  $E_1$ , de 0,84 s pour l'essai  $E_2$  et de 1,1 s pour l'essai  $E_3$ . Une cause probable de ce retard est liée à l'interface du moyen de test entre le calculateur et l'actionneur pas à pas. Un vecteur de données de temps  $t$  en secondes est fourni dans les essais permettant de ramener à la même fréquence d'échantillonnage de 50 Hz l'ensemble des signaux (100 Hz pour les mesures et 50 Hz pour les consignes).

Pour les 3 types d'essais, les courbes des données de consigne  $NG$  et  $XR$  sont tracées dans la figure III.1.

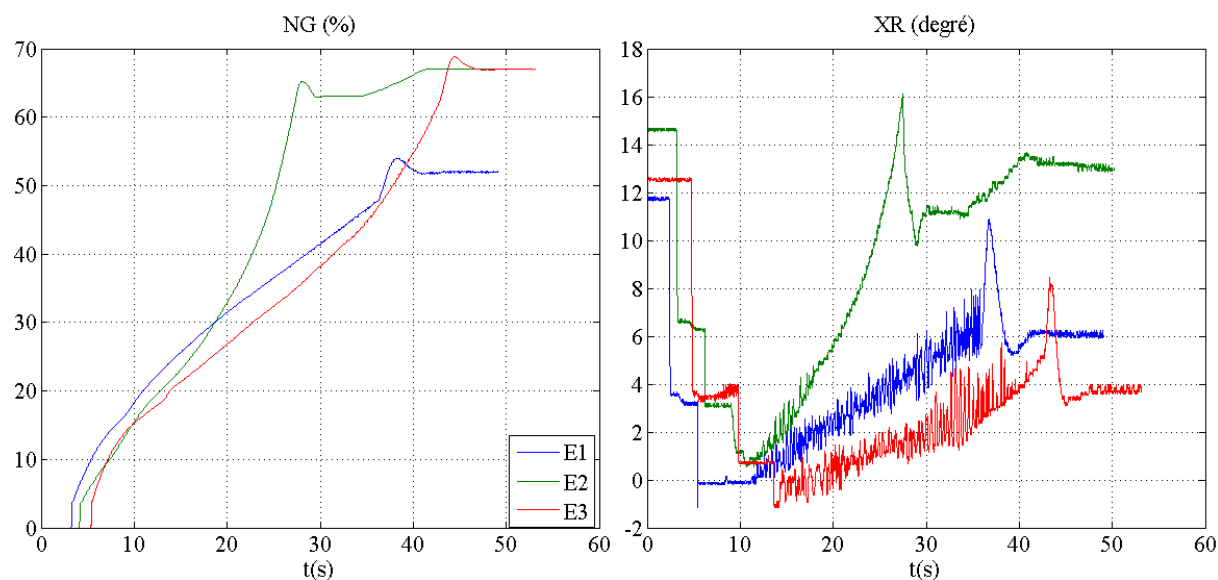


Figure III.1 – Consignes  $NG$  et  $XR$ .

Dans la figure III.2, nous avons tracé les mesures de température  $TEBP$  en entrée de la pompe BP afin de vérifier la conformité des conditions de température dans lesquelles les essais ont été réalisés.

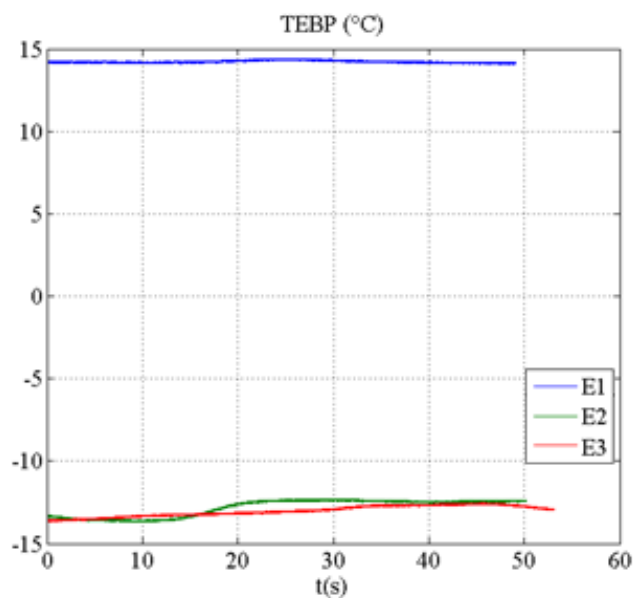


Figure III.2 – Mesures de température  $TEBP$ .

### III.2.2 Corrélation des essais CEPR / simulation

Afin de valider le modèle Simscape du circuit carburant déterminé à partir des essais des CCT, nous avons réalisé des simulations de son fonctionnement dans les mêmes conditions de température et de pressions que celles des essais CEPR et pour les mêmes consignes  $NG$  et  $XR$ . Les courbes des mesures expérimentales sont tracées et comparées à celles des relevés de simulation.

**Hypothèse III.1 :** Dans le modèle Simscape considéré :

- La valeur de la température est identique en tout point du circuit.
- L'électro-clapet d'arrêt est pleinement ouvert pour toute la durée de simulation.
- La pression  $P_{ec}$  d'entrée du carburant est prise égale à la pression atmosphérique.
- La pression  $P_3$  en sortie du compresseur est un paramètre variant dans le temps dont les valeurs sont connues.

**Remarque III.1 :**

- Les pressions relevées sont des pressions relatives.
- En raison de la phase d'initialisation de la vanne de dosage qui correspond aux valeurs de la consigne  $XR$  durant les premières secondes, nous ne prendrons en compte les résultats de simulations qu'à partir de  $t = 7s$ .

Avant de lancer les simulations, nous avons défini dans le modèle Simscape les paramètres du carburant correspondant à la température de chaque type d'essai selon le tableau III.1.

Paramètres	valeurs	
	Essai $E_1$	Essais $E_2$ et $E_3$
$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	800	820
$\nu$ (cSt)	1,80	3,51
$B_{cad}$ (MPa) à pression atm.	1266	1462
$a$ (%) à pression atm.	1	1

Tableau III.1 – Paramètres du carburant pour les trois types d'essais

Dans la figure III.3, nous avons tracé les courbes des débits expérimentaux  $Q_{DCEPR}$  et de simulation  $Q_{DSimscape}$ .

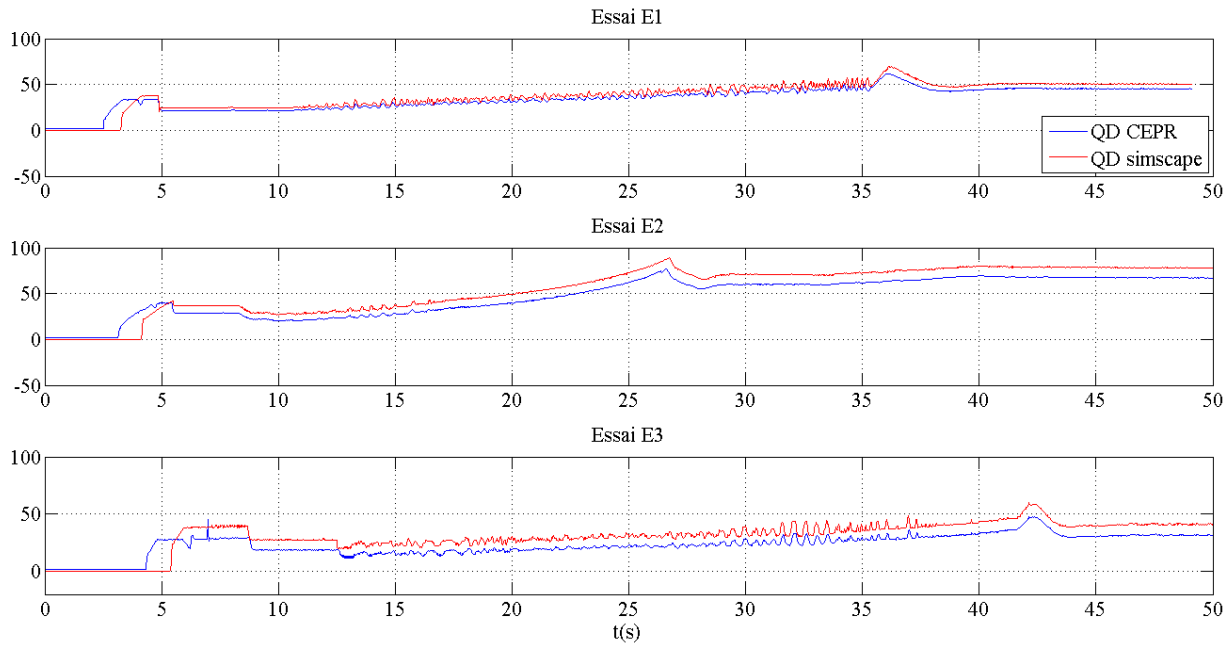


Figure III.3 – Courbes des débits  $Q_D$  (l/h) expérimentaux et de simulation.

Nous constatons, dans la figure III.3, la même allure des courbes d'évolution entre les débits expérimentaux et de simulation avec des écarts moyen au régime ralenti du moteur (autour de 60% de  $NG$ ) de 5 l/h pour l'essai  $E_1$ , de 11 l/h pour l'essai  $E_2$  et de 10 l/h pour l'essai  $E_3$ . Ce qui correspond à une erreur relative de 11% pour l'essai  $E_1$ , de 16% pour l'essai  $E_2$  et de 30% pour l'essai  $E_3$ .

La vanne de dosage a été modélisée et paramétrée conformément au CCT (à une température de 20°C) avec une incertitude moyenne de  $\pm 0,5$  l/h. Selon ces CCT, les incertitudes tolérées des débits dosés sont de  $\pm 5$  l/h. Le débit expérimental pour l'essai  $E_1$  respecte cet intervalle de tolérance mais pas les débits expérimentaux des autres essais. Afin d'obtenir un modèle de la vanne de dosage valide pour les essais  $E_2$  et  $E_3$ , il faut un modèle thermique qui prenne en compte l'évolution de la température locale dans le circuit et qui nécessiterait de disposer d'essais CCT à différentes températures (ce qui n'est pas le cas aujourd'hui).

Dans la figure III.4, nous avons tracé les courbes des pressions expérimentales  $PSHP_{CEPR}$  et de simulation  $PSHP_{Simscape}$ .

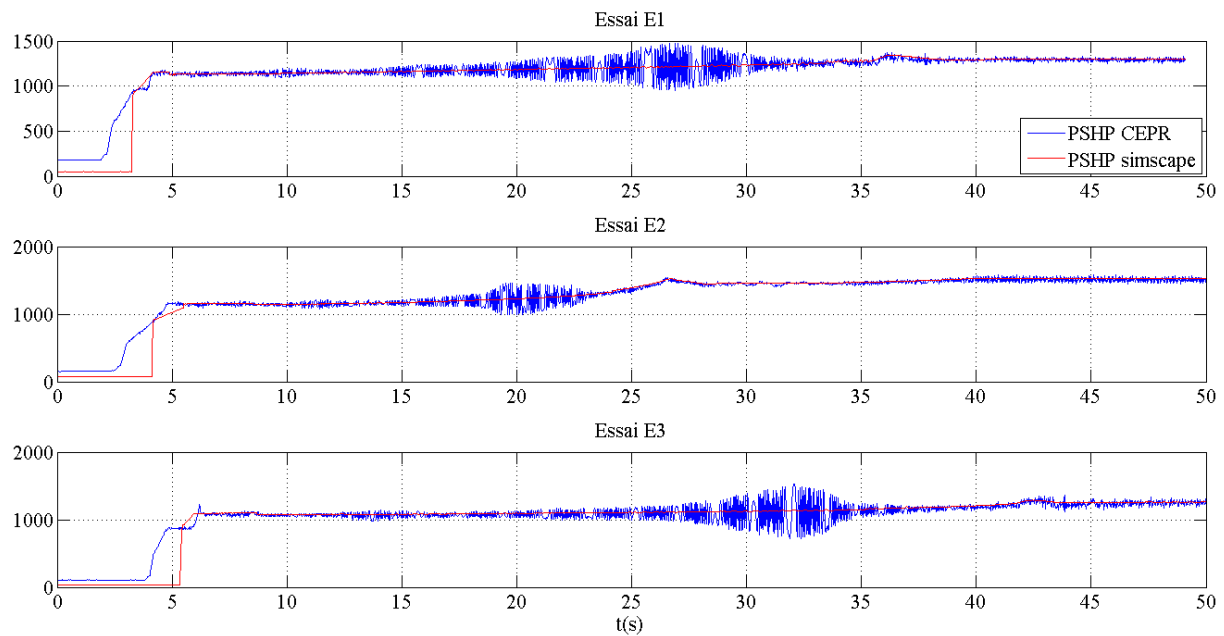


Figure III.4 – Courbes des pressions PSHP (kPa) expérimentales et de simulation.

Nous constatons, dans la figure III.4, la même allure des courbes d'évolution entre les pressions expérimentales dont les mesures sont bruitées et celles de simulation avec des écarts moyens quasi nuls au régime ralenti pour les 3 types d'essais.

Dans la figure III.5, nous avons tracé les courbes des pressions expérimentales  $PSD_{CEPR}$  et de simulation  $PSD_{Simscape}$ .

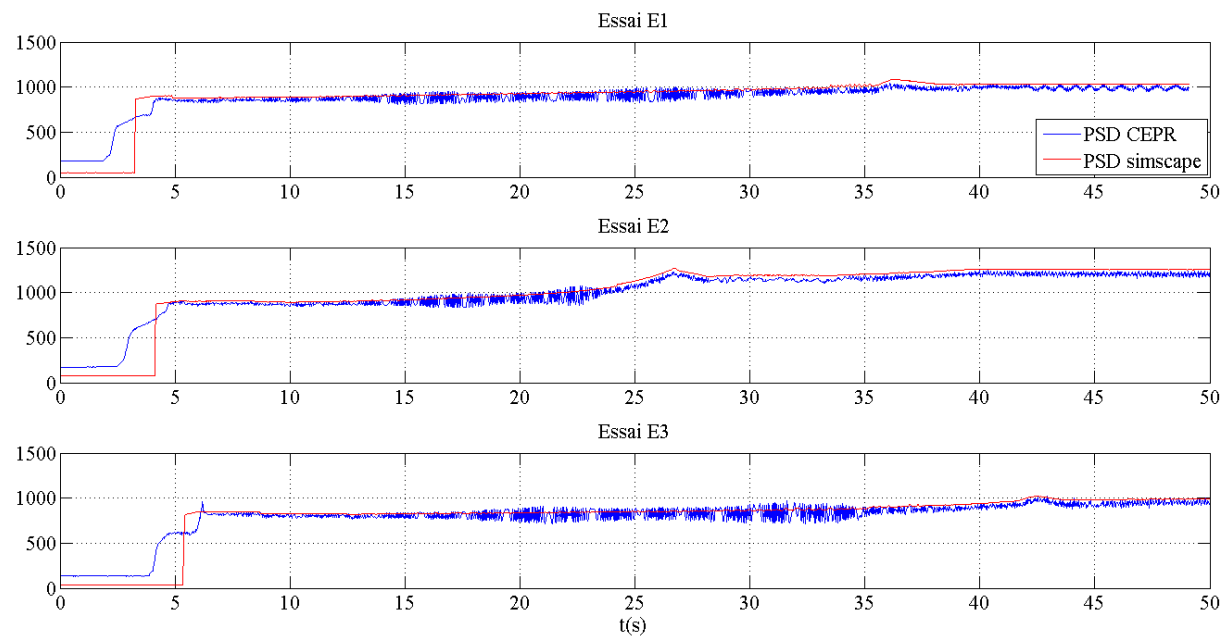


Figure III.5 – Courbes des pressions PSD (kPa) expérimentales et de simulation.

Nous constatons, dans la figure III.5, la même allure des courbes d'évolution entre les pressions expérimentales dont les mesures sont bruitées et celles de simulation avec des écarts moyens de 50 kPa au régime ralenti pour les 3 types d'essais. Ce qui correspond à une erreur relative de 5%.

Ces écarts ainsi que les fluctuations constatées des pressions expérimentales sont causés par le fonctionnement du clapet- $\Delta P$  qui en réalité ne maintient pas une pression différentielle  $\Delta P_D$  de la vanne de dosage conforme aux CCT. Dans la figure III.6, nous avons tracé les courbes des pressions différentielles expérimentales  $\Delta P_{D_{CEPR}}$  et de simulation  $\Delta P_{D_{Simscape}}$ .

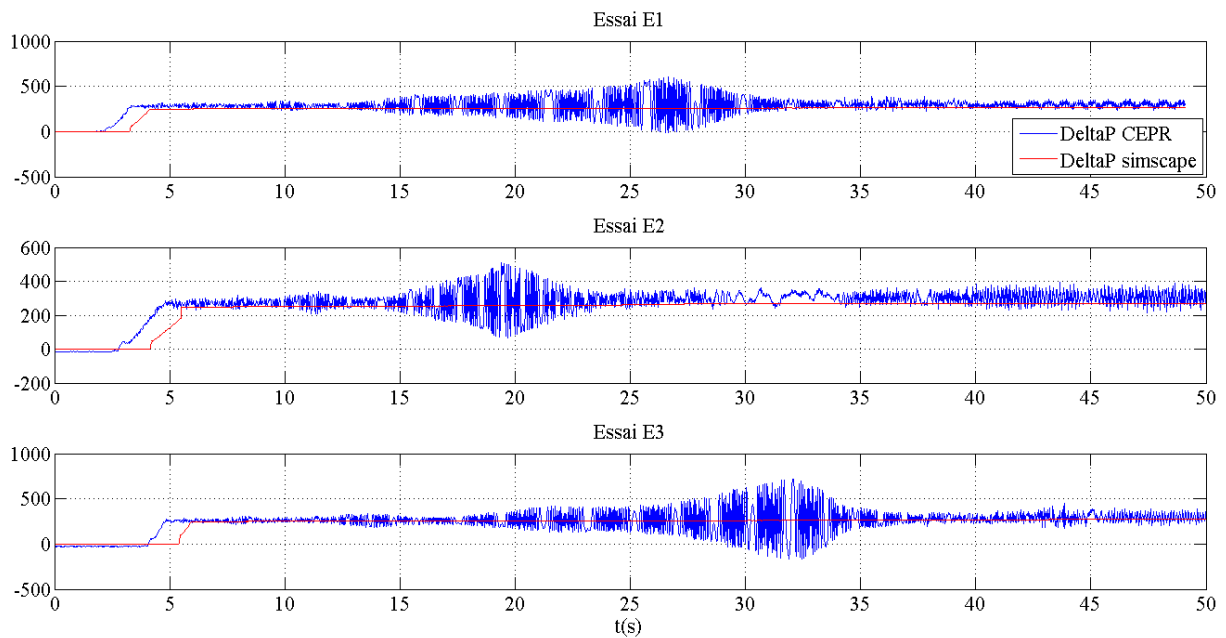


Figure III.6 – Courbes des pressions différentielles  $\Delta P_D$  (kPa) expérimentales et de simulation.

Le modèle Simscape du clapet- $\Delta P$  a été paramétré en conformité des CCT de manière à maintenir un  $\Delta P_{D_{Simscape}}$  moyen d'environ 260 kPa, alors que le  $\Delta P_{D_{CEPR}}$  moyen est de 300 kPa pour les 3 types d'essais. En conséquence, le modèle du clapet- $\Delta P$  déduit des essais CCT ne permet pas de reproduire précisément le fonctionnement du circuit lors des essais CEPR. De plus, les essais CEPR correspondent à la phase de démarrage du moteur avec un  $NG$  variant de 0 à 60% et un  $XR$  variant de 0 à 16 degrés, tandis que les essais CCT sont plus focalisés sur la zone de fonctionnement du moteur après la phase de démarrage ( $NG$  variant de 60 à 105%). Ceci peut également jouer sur la précision du modèle déduit des essais CCT pour la simulation de la phase de démarrage.



### III.2.3 Conclusion

La corrélation des essais expérimentaux avec les essais de simulation a permis d'identifier les limites du modèle Simscape du circuit carburant. L'écart constaté entre les débits dosés de simulation et les débits dosés expérimentaux est tolérable pour l'essai  $E_1$  mais pas pour les essais  $E_2$  et  $E_3$ . En effet, le modèle de la vanne de dosage n'est pas valide pour les essais  $E_2$  et  $E_3$ . Afin d'y remédier, il faut un modèle thermique qui prenne en compte l'évolution de la température locale dans le circuit et qui nécessiterait de disposer d'essais CCT à différentes températures.

Le modèle simplifié du clapet- $\Delta P$  permet d'obtenir une pression différentielle de la vanne de dosage conforme aux CCT. La pression différentielle relevée à partir des essais CEPR est plus importante que celle des CCT avec un écart moyen de  $40\text{ kPa}$  correspondant à une erreur relative de 15% au régime ralenti. Lors des essais CEPR, la pression différentielle expérimentale  $\Delta P_D$  était d'environ  $300\text{ kPa}$ . Les paramètres du modèle du clapet- $\Delta P$  ont été déterminés à partir des essais CCT avec une pression différentielle  $\Delta P_D$  nominale de  $260\text{ kPa}$ . Ceci explique l'écart constaté. Afin de réduire cet écart, il faudrait soit refaire les essais CEPR avec un clapet- $\Delta P$  réglé pour un  $\Delta P_D$  nominal de  $260\text{ kPa}$  ou bien déterminer les paramètres du modèle du clapet- $\Delta P$  pour un  $\Delta P_D$  nominal de  $300\text{ kPa}$ .

Pour la suite de notre étude, nous avons conservé le modèle du circuit carburant déterminé à partir des essais CCT car l'objectif est de pouvoir utiliser un modèle générique pour le diagnostic. Il n'est, en effet pas envisageable pour l'industriel de baser son algorithme de diagnostic sur une identification en ligne des paramètres du modèle du circuit carburant pour chaque moteur construit de la même gamme.

En conséquence, l'utilisation du modèle basé sur les essais CCT impliquera d'avoir des seuils de détection compatibles avec les écarts précédemment constatés.

Dans les sections suivantes, nous appliquons les méthodes de diagnostic des défauts au cas du circuit carburant en se basant sur le modèle conforme aux essais CCT.

## III.3 Diagnostic avec une dynamique du 1<sup>er</sup> ordre du clapet- $\Delta P$

Dans cette section, nous présentons deux méthodes de diagnostic des défauts basées sur une modélisation non linéaire du circuit carburant avec une dynamique du 1<sup>er</sup> ordre caractérisée

par le temps de réponse du clapet- $\Delta P$ . La première méthode, basée sur l'estimation paramétrique, permet la détection des fuites internes de la pompe HP. La seconde méthode, utilisant l'espace de parité, permet la détection et la localisation des fuites externes des fonctions hydrauliques suivantes : les pompes BP/HP, la vanne de dosage, le clapet- $\Delta P$  et le CNA. Ces méthodes sont validées par simulation en utilisant le modèle Simscape du circuit carburant comme banc de simulation permettant de modéliser les fuites et de générer les variables nécessaires à l'application des méthodes de diagnostic. A partir des mesures expérimentales issues d'un banc partiel, la méthode de diagnostic des fuites internes de la pompe HP est appliquée et les résultats sont présentés.

### III.3.1 Détection des fuites internes par estimation paramétrique

#### III.3.1.1 Principe

Le fonctionnement nominal de la pompe HP dépend d'un débit de fuite interne nominal. En cas d'usure des composants de la pompe, de frottement sec interne ou de présence de carburant impropre (viscosité trop faible), la fuite interne augmente et est modélisée par une perte résiduelle de débit qui se caractérise par une augmentation du coefficient de fuite due à une diminution du rendement volumétrique de la pompe selon les équations (I.7) et (I.8).

La méthode de diagnostic des fuites internes proposée est basée sur les algorithmes d'estimation paramétrique présentés dans la section II.5.1. Les deux approches d'estimation paramétrique linéaire et non linéaire sont appliquées.

##### a) Estimation paramétrique linéaire :

La méthode de diagnostic des fuites internes basée sur l'approche d'estimation paramétrique linéaire, schématisée dans la figure III.7, se décompose en 2 étapes : la *Génération d'un signal de résidu* par la différence entre le coefficient de fuite nominal  $k_f^{nom}$  (issu des CCT) et le coefficient de fuite estimé  $\hat{k}_f$  ; et l'*Evaluation du signal de résidu* qui consiste après filtrage des hautes fréquences (atténuation des fréquences supérieures à 100Hz) pour réduire le bruit, à le comparer à un seuil de détection afin de prendre une décision sur la présence d'une fuite interne. Le seuil de détection peut être déterminé à partir des seuils de tolérance de bon fonctionnement des débits de la pompe HP fournis dans les CCT.

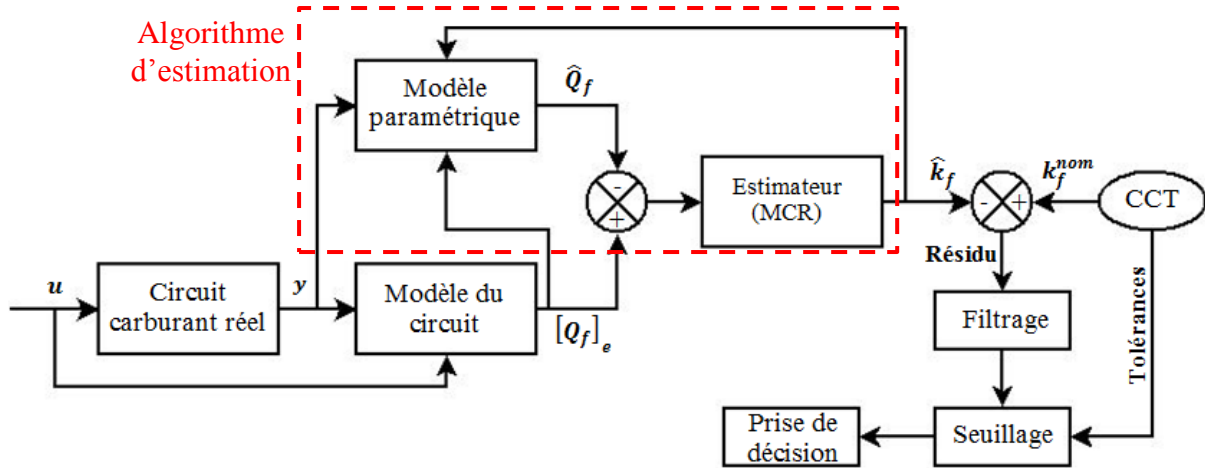


Figure III.7 – Schéma de principe de l'estimation paramétrique linéaire pour la détection des fuites internes de la pompe HP.

Les variables nécessaires à l'application de cette méthode de diagnostic sont caractérisées par le vecteur de sortie  $y = (\Delta P_{HP} \Delta P_{C\Delta P} \Delta P_D)^T$  composé des pressions différentielles de la pompe HP, du clapet- $\Delta P$  et de la vanne de dosage ; et par le vecteur d'entrée  $u = (NG \ XR)^T$  composé des consignes de vitesse de rotation et de la position résolveur.

L'algorithme utilisé pour estimer le coefficient de fuite est basé sur la méthode des moindres carrés récurrents (MCR) présentée dans la section II.5.1 (équations (II.25)). Comme indiqué dans la figure III.7, cet algorithme est composé de deux blocs. Le bloc "modèle paramétrique" permet d'estimer en ligne le débit de fuite de la pompe HP en fonction des variables  $(\Delta P_{HP}, [Q_f]_e)$  et du coefficient de fuite estimé  $\hat{k}_f$ . Ce dernier est calculé à l'aide du bloc "Estimateur" en fonction de l'erreur d'estimation du débit de fuite.

Afin d'appliquer la méthode des moindres carrés récurrents, nous avons besoin d'établir un modèle mathématique sous forme de l'équation (II.23). A partir de l'équation (I.7), nous décrivons le modèle d'équation statique à temps discret suivant :

$$Q_f(k) = \frac{k_{HP}}{\mu} \Delta P_{HP}(k) = k_f \Delta P_{HP}(k) \quad (III.1)$$

L'équation (III.1) est sous la forme de l'équation (II.23) où la sortie  $y(k) = Q_f(k)$ , le paramètre à estimer  $\theta = k_f$  et l'information d'entrée  $\varphi(k) = \Delta P_{HP}(k)$ . Nous remarquons que les ordres de ce modèle pour la sortie et l'entrée ainsi que le retard sont nuls.

Le débit de fuite  $Q_f$  n'est pas mesurable. Il peut être estimé par le modèle du circuit, plus précisément, par la combinaison des modèles des fonctions hydrauliques en fonction des

mesures de pressions et des consignes d'entrée. Ce calcul se base sur la boucle de régulation du circuit carburant. En effet, sous l'hypothèse que le seul défaut considéré est la fuite interne de la pompe, cette boucle nous permet d'établir l'équation suivante :

$$Q_{HP} = Q_D + Q_{C\Delta P} \quad (\text{III.2})$$

En remplaçant l'expression de l'équation (I.9) dans l'équation (III.2), nous obtenons :

$$Q_f = Cy.NG - Q_D - Q_{C\Delta P} \quad (\text{III.3})$$

En remplaçant les débits du doseur et du clapet- $\Delta P$  par leurs expressions des équations (I.17) et (I.36) pour un régime d'écoulement turbulent, nous obtenons l'équation (III.4) permettant de calculer le débit de fuite estimé  $[Q_f]_e$  :

$$\begin{aligned} [Q_f]_e = Cy.NG - S_{fictive}(XR) \sqrt{\frac{2}{\rho} |\Delta P_D|} \cdot \text{sign}(\Delta P_D) \\ - C_{d_{C\Delta P}} \cdot S_{p_{C\Delta P}}([x_d]_e) \sqrt{\frac{2}{\rho} |\Delta P_{C\Delta P}|} \cdot \text{sign}(\Delta P_{C\Delta P}) \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

où la section fictive  $S_{fictive}(XR)$  est exprimée à partir des équations (I.18) et (I.19), et la section de l'orifice de passage du clapet- $\Delta P$   $S_{p_{C\Delta P}}([x_d]_e)$  est exprimée dans l'équation (I.44).

L'estimée de la variable de déplacement du piston  $[x_d]_e$  du clapet- $\Delta P$  est calculée à l'aide de l'équation (I.56).

En minimisant le critère de l'équation (II.26), la méthode des M.C.R. aura pour objectif, dans notre cas, de réduire les erreurs de modélisation relatives à l'estimation  $[Q_f]_e$  du débit de fuite.

### **b) Estimation paramétrique non linéaire :**

Comme pour l'approche d'estimation paramétrique linéaire, la méthode de diagnostic des fuites internes basée sur l'approche d'estimation paramétrique non linéaire, schématisée dans la figure III.8, se décompose en 2 étapes : la *Génération* et l'*Evaluation d'un signal de résidu*. L'estimation du coefficient de fuite est réalisée ici par une fonction non linéaire prenant en entrée les mesures de pression, les entrées de consignes et leurs dérivées successives.

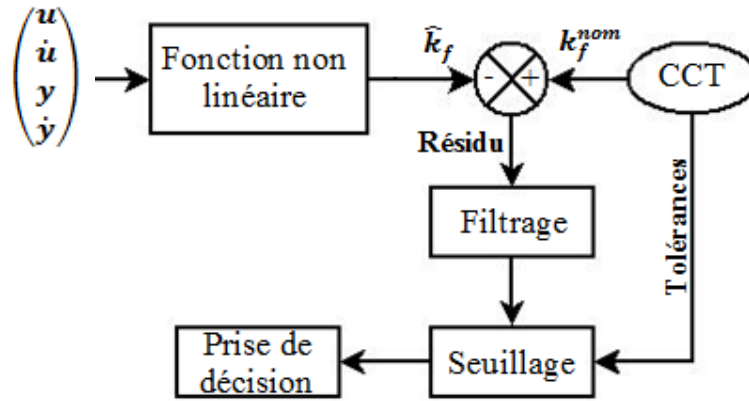


Figure III.8 – Schéma de principe de l'estimation paramétrique non linéaire pour la détection des fuites internes de la pompe HP.

Les variables nécessaires à l'application de cette méthode de diagnostic sont caractérisées par le vecteur de sortie  $y = (\Delta P_{HP} \Delta P_{C\Delta P} \Delta P_D)^T$  composé des pressions différentielles de la pompe HP, du clapet- $\Delta P$  constant et de la vanne de dosage ; et par le vecteur d'entrée  $u = (NG \ XR)^T$  composé des consignes de vitesse de rotation et de position résolveur.

La fonction non linéaire utilisée pour estimer le coefficient de fuite doit être de la forme de l'équation (II.29). Cette fonction est construite à partir des modèles d'équations non linéaires des fonctions hydrauliques du circuit.

A partir de l'équation (III.3), sous l'hypothèse que les pressions différentielles sont strictement positives  $\forall t$ , nous avons :

$$k_f \Delta P_{HP} = Cy \cdot NG - S_{fictive}(XR) \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_D} - C_{dC\Delta P} \cdot S_{pC\Delta P}(x_d) \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_{C\Delta P}} \quad (III.5)$$

avec :

$$S_{pC\Delta P}(x_d) = x_d \cdot \frac{S_{maxC\Delta P}}{x_{max}} + S_{fC\Delta P} \quad (III.6)$$

Ces deux dernières équations permettent d'obtenir l'expression suivante du déplacement  $x_d$  :

$$x_d = \frac{x_{max}}{S_{maxC\Delta P}} \left( \frac{Cy \cdot NG - k_f \Delta P_{HP} - S_{fictive}(XR) \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_D}}{C_{dC\Delta P} \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_{C\Delta P}}} - S_{fC\Delta P} \right) \quad (III.7)$$

avec :  $\Delta P_{C\Delta P} \neq 0$ .

En dérivons l'équation (III.7), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{x}_d = \frac{x_{max}}{S_{maxC\Delta P} C_{dC\Delta P}} & \left[ \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_{C\Delta P}} \left( Cy.NG - k_f \dot{\Delta P}_{HP} - \dot{S}_{fictive}(XR) \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_D} \right. \right. \\ & \left. \left. - S_{fictive}(XR) \frac{\dot{\Delta P}_D}{\rho \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_D}} \right) \right. \\ & \left. - \frac{\dot{\Delta P}_{C\Delta P}}{\rho \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_{C\Delta P}}} \left( Cy.NG - k_f \Delta P_{HP} - S_{fictive}(XR) \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_D} \right) \right] \frac{1}{\frac{2}{\rho} \Delta P_{C\Delta P}} \end{aligned} \quad (III.8)$$

En remplaçant les expressions du déplacement  $x_d$  et de sa dérivée  $\dot{x}_d$  dans l'équation (I.55), nous obtenons l'expression de la fonction non linéaire permettant d'estimer le coefficient de fuite :

$$\begin{aligned} k_f = & \left[ \sigma_2 \left( Cy.NG - \dot{S}_{fictive}(XR) \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_D} - S_{fictive}(XR) \frac{\dot{\Delta P}_D}{\sqrt{2\rho \Delta P_D}} \right) \right. \\ & + \left( Cy.NG - S_{fictive}(XR) \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_D} \right) \left( k - \sigma_2 \frac{\dot{\Delta P}_{C\Delta P}}{2\Delta P_{C\Delta P}} \right) \\ & - k S_{fC\Delta P} C_{dC\Delta P} \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_{C\Delta P}} - \frac{S_{maxC\Delta P}}{x_{max}} C_{dC\Delta P} S_m \Delta P_D \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_{C\Delta P}} \\ & \left. + \frac{S_{maxC\Delta P}}{x_{max}} C_{dC\Delta P} k x_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_{C\Delta P}} \right] \frac{1}{\sigma_2 \dot{\Delta P}_{HP} - \frac{\sigma_2 \Delta P_{HP} \dot{\Delta P}_{C\Delta P}}{2\Delta P_{C\Delta P}} + k \Delta P_{HP}} \end{aligned} \quad (III.9)$$

avec :  $\sigma_2 \dot{\Delta P}_{HP} - \frac{\sigma_2 \Delta P_{HP} \dot{\Delta P}_{C\Delta P}}{2\Delta P_{C\Delta P}} + k \Delta P_{HP} \neq 0$ .

Nous constatons à partir de l'équation (III.9) l'écriture du coefficient de fuite sous la forme :

$$k_f(t) = \Psi(t, \Delta P_{HP}, \dot{\Delta P}_{HP}, \Delta P_{C\Delta P}, \dot{\Delta P}_{C\Delta P}, \Delta P_D, \dot{\Delta P}_D, NG, \dot{NG}, XR, \dot{XR}) \quad (III.10)$$

où  $\Psi$  est une fonction non linéaire de ses arguments.

L'estimation non linéaire du coefficient de fuite est donc réalisée en fonction des signaux de mesure des pressions différentielles, des consignes d'entrées et des estimées de leur première dérivée :

$$\hat{k}_f(t) = \Psi \left( t, \Delta P_{HP}, [\Delta \dot{P}_{HP}]_e, \Delta P_{C\Delta P}, [\Delta \dot{P}_{C\Delta P}]_e, \Delta P_D, [\Delta \dot{P}_D]_e, NG, [\dot{NG}]_e, XR, [\dot{XR}]_e \right) \quad (\text{III.11})$$

L'estimation  $[\cdot]_e$  de la dérivée première d'un signal est obtenue à l'aide du différentiateur à modes glissants d'ordre 1 qui est un cas particulier du différentiateur d'ordres supérieurs décrit par l'algorithme (II.100) de la section II.6.1. Pour un signal mesuré (bruité)  $s$  et ses dérivées successives  $s_1 \dots s_n$ , le différentiateur d'ordre 1 est alors décrit, pour  $n = 1$ , par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{s}} &= -\alpha_0 |\hat{s} - s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\hat{s} - s) + \hat{s}_1 \\ \dot{\hat{s}}_1 &= -\alpha_1 \text{sign}(\hat{s}_1 - \dot{s}) \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

avec les paramètres  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  (assurant la convergence en temps fini de l'algorithme) qui dépendent de la constante de Lipschitz selon les expressions :

$$\begin{cases} \alpha_0 &= \alpha_{00} L^{\frac{1}{2}} \\ \alpha_1 &= \alpha_{01} L \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

où les valeurs de réglages, proposées par Levant sont  $\alpha_{00} = 1,5$  et  $\alpha_{01} = 1,1$  pour un différentiateur d'ordre 1 conformément aux équations (II.102).

L'algorithme (III.12) dépend d'un seul paramètre de réglage qui est la constante  $L$  de Lipschitz. Le réglage de cette constante se ramène toujours à un compromis entre la précision de l'estimation et la robustesse par rapport au bruit. Une grande valeur de cette constante permet d'assurer une convergence rapide et une bonne précision de l'estimation de la dérivée au détriment d'une amplification du bruit. Il est à noter que la dérivée au sens de Levant est d'autant plus précise que la période d'échantillonnage est faible [117].

### c) Seuil de détection :

Sachant que le coefficient de fuite interne évolue en fonction de la viscosité cinématique du carburant (qui est fonction de la température du carburant) selon l'équation (I.8), le seuil de détection dépendra également de la viscosité cinématique.

Le seuil de détection est défini, selon le schéma de la figure III.9, à partir des valeurs minimales tolérées des débits de la pompe HP fournies dans les CCT pour une viscosité cinématique de référence  $\nu_{réf} = 1,644 \text{ cSt}$  correspondant à une température  $T_{réf} = 20^\circ\text{C}$ .

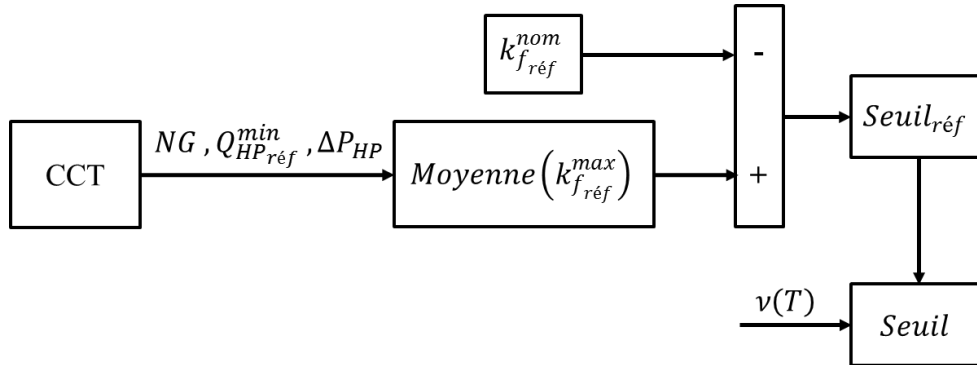


Figure III.9 – Schéma de principe de détermination du seuil de détection des fuites internes.

Pour chaque vitesse de rotation  $NG$ , la valeur maximale tolérée du coefficient de fuite de référence  $k_{f,réf}^{max}$  est calculée en fonction du débit minimal toléré  $Q_{HP,réf}^{min}$  et de la pression  $\Delta P_{HP}$  correspondante à l'aide de l'équation (I.9). Le seuil de détection de référence  $Seuil_{réf}$  est alors obtenu par la différence entre la moyenne des valeurs maximales du coefficient de fuite de référence et sa valeur nominale de référence :

$$Seuil_{réf} = Moyenne(k_{f,réf}^{max}) - k_{f,réf}^{nom} = 4,28 \cdot 10^{-12} \text{ Pa.s/m}^3 \quad (\text{III.14})$$

où  $k_{f,réf}^{nom}$  est donné dans la figure I.6.

Finalement, conformément à l'équation (I.8), la valeur du seuil de détection pour une valeur quelconque de la viscosité cinématique est donnée par :

$$Seuil = Seuil_{réf} \frac{\nu_{réf}}{\nu} \quad (\text{III.15})$$

Selon l'équation précédente, le seuil de détection est d'autant plus faible que le coefficient de viscosité est grand (qui se traduit par une faible température du carburant).

### III.3.1.2 Application numérique

Afin de valider par simulation la méthode de diagnostic des fuites internes de la pompe HP, nous utilisons le modèle Simscape du circuit carburant de la figure I.23 comme banc de simulation pour simuler une fuite interne et générer les variables de pressions différentielles nécessaires à l'application de la stratégie. Les simulations sont réalisées sous l'hypothèse d'un carburant incompressible et pour un écoulement turbulent dans le circuit. Les variables



d'entrée ( $NG$ ,  $XR$  et  $P3$ ) du banc de simulation sont issues des données d'essais expérimentaux CEPR correspondant à un démarrage au sol à  $15^\circ\text{C}$  (figures III.1 – III.2). La remarque III.1 et l'hypothèse III.1 sont à considérer.

Nous avons choisi de simuler l'apparition d'une fuite interne correspondant à une perte de débit  $Q_{HP_{perte}} = 20 \text{ l/h}$  (environ 8%) de la pompe HP à l'instant  $t = 25\text{s}$ . Pour se faire, une première simulation de démarrage au sol à  $15^\circ\text{C}$  en fonctionnement nominal (sans fuite) est réalisée. Nous relevons les valeurs de vitesse de rotation, de pression et de débit nominal à l'instant  $t = 25\text{s}$  :

$$t = 25\text{s} : \begin{cases} NG = 36,453 \% \\ \Delta P_{HP} = 1180,2414 \text{ kPa} \\ Q_{HP_{nom}} = 257,23 \text{ l/h} \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

Nous calculons la valeur du débit défaillant  $Q_{HP_d}$  de la pompe avec la perte considérée :

$$Q_{HP_d} = Q_{HP_{nom}} - Q_{HP_{perte}} = 257,23 - 20 = 237,23 \text{ l/h} \quad (\text{III.17})$$

A partir de la valeur de ce débit défaillant et des valeurs de la vitesse de rotation et de la pression différentielle de l'équation (III.16), nous obtenons la valeur du coefficient de fuite défaillant à l'aide de l'équation (I.9) :

$$k_{f_d} = 6,78 \cdot 10^{-12} \text{ Pa.s/m}^3 \quad (\text{III.18})$$

Nous remplaçons cette valeur dans l'équation (I.8) pour obtenir la valeur du rendement volumétrique défaillant :

$$\boxed{\eta_{V_d} = 0,8424} \quad (\text{III.19})$$

La valeur du rendement total défaillant est obtenue à partir de l'équation (I.11) en prenant la valeur nominale du rendement mécanique  $\eta_m = 0,7024$  :

$$\boxed{\eta_{t_d} = \eta_{V_d} \eta_{mech} = 0,5917} \quad (\text{III.20})$$

Finalement, l'apparition de la fuite interne est simulée en modifiant les valeurs des rendements (volumétrique et total) de la pompe HP à l'instant  $t = 25\text{s}$ .

#### a) Résultats de simulation pour l'estimation paramétrique linéaire :

A partir des consignes d'entrées et des variables de pressions différentielles générées par le banc de simulation, nous appliquons la méthode de diagnostic des fuites internes par estimation paramétrique linéaire (figure III.7).

La première étape consiste à calculer l'estimée  $[Q_f]_e$  du débit de fuite de la pompe HP à l'aide de l'équation (III.4) en fonction des débits estimés  $[Q_D]_e$  et  $[Q_{C\Delta P}]_e$  de la vanne de dosage et du clapet- $\Delta P$ .

Dans la figure III.10, nous avons tracé les dispersions obtenues des débits estimés  $[Q_D]_e$ ,  $[Q_{C\Delta P}]_e$  par rapport aux débits relevés  $Q_{D_{banc}}$ ,  $Q_{C\Delta P_{banc}}$  du banc de simulation.

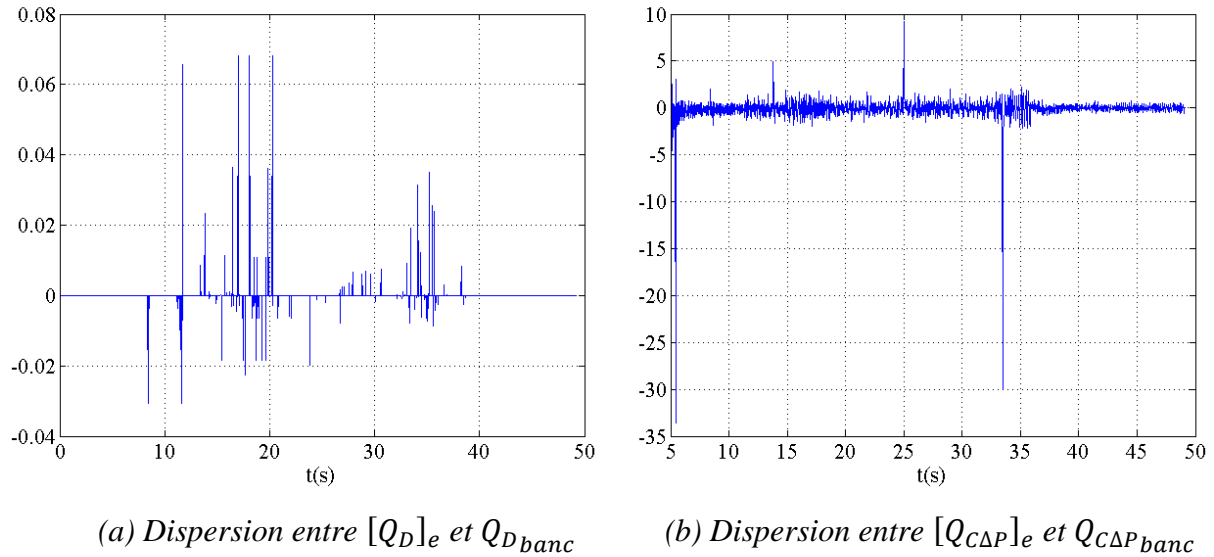


Figure III.10 – Dispersion (%) entre les débits estimés et les débits du banc de simulation.

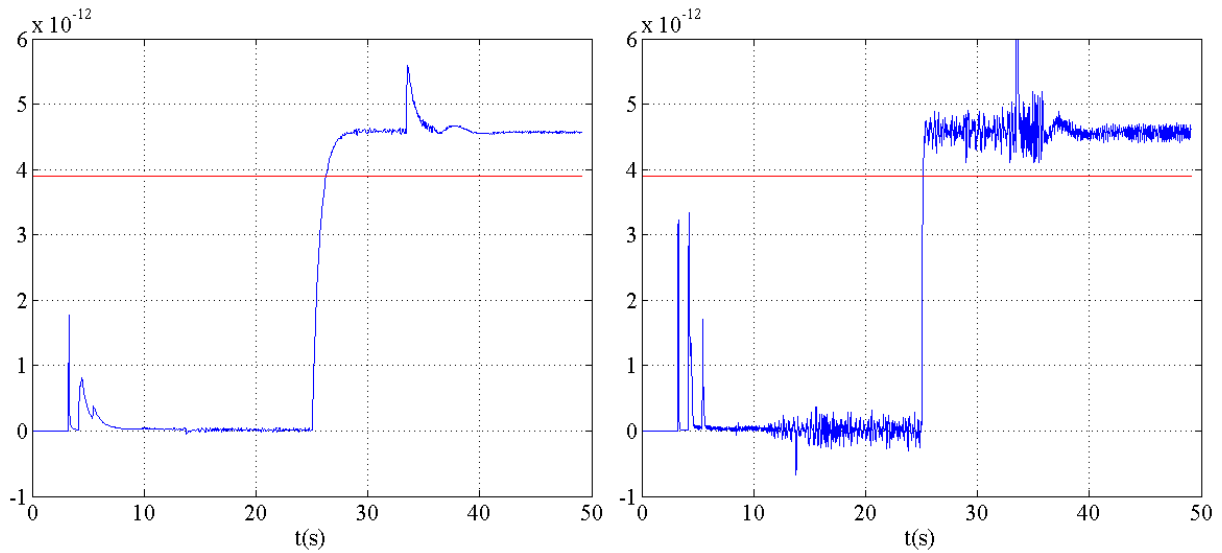
Nous constatons dans les figures précédentes une plus grande dispersion pour le débit du clapet- $\Delta P$  que pour le débit de la vanne de dosage. Ces dispersions sont dues à la différence entre le solveur utilisé dans le banc de simulation Simscape et celui utilisé dans l'estimation des débits sous Simulink. Nous avons tracé la courbe de dispersion du débit du clapet- $\Delta P$  pour  $t > 5s$  car avant cet instant le débit du clapet est nul.

Une fois le débit de fuite estimé, nous procédons à la deuxième étape de la méthode de diagnostic qui consiste à estimer le coefficient de fuite par l'algorithme (II.25) des M.C.R. avec facteur d'oubli (à l'aide de la fonction Matlab "rarx"). Les paramètres d'entrée de l'algorithme sont définis par :

- la valeur initiale  $P(0) = 10^4 \text{ (m}^3/\text{s.Pa)}^2$  de la covariance de l'erreur d'estimation du coefficient de fuite,
- la valeur initiale du coefficient de fuite  $k_f(0) = k_f^{nom} = 2.212027 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3/\text{s.Pa}$  (le coefficient de fuite nominal  $k_f^{nom}$  est obtenu à l'aide de l'équation (I.8) pour une température carburant de 15°C),

- et la valeur du facteur d'oubli  $\lambda$  comprise entre 0 et 1.

Le choix de  $\lambda$  résulte d'un compromis entre la vitesse de convergence de l'estimation et la robustesse au bruit (ou erreur de modélisation dans notre cas). Dans la figure III.11, nous avons tracé l'évolution du signal de résidu  $r = \hat{k}_f - k_f^{nom}$  pour différentes valeurs de  $\lambda$ . Le signal de résidu est comparé à une valeur seuil calculée à l'aide de l'équation (III.15)



(a) Signal de résidu pour  $\lambda = 0,97$

(b) Signal de résidu pour  $\lambda = 0,7$

Figure III.11 – Signal de résidu ( $m^3/s.Pa$ ) d'estimation paramétrique linéaire.

Nous constatons dans la figure III.11 le dépassement du seuil par le signal de résidu pour les deux valeurs de  $\lambda$ . La fuite interne est détectée après son instant d'injection ( $t = 25s$ ). Le temps de détection (temps nécessaire pour le dépassement du seuil) varie en fonction de la valeur du facteur d'oubli. Une valeur faible de celui-ci implique une convergence rapide du coefficient de fuite estimé vers sa valeur réelle et donc un temps de détection court comme le montre le signal de résidu obtenu pour  $\lambda = 0,7$ , mais la sensibilité par rapport aux perturbations est augmentée. En revanche, une valeur élevée du facteur d'oubli implique une robustesse élevée aux perturbations comme indiqué par le signal de résidu obtenu pour  $\lambda = 0,97$ , mais le temps de détection est lent.

#### b) Résultats de simulation pour l'estimation paramétrique non linéaire :

A partir des consignes d'entrées et des variables de pressions différentielles générées par le banc de simulation, nous appliquons la méthode de diagnostic des fuites internes par estimation paramétrique non linéaire de la figure III.8.

La première étape consiste à calculer l'estimée  $[\cdot]_e$  de la dérivée première des variables de sortie ( $\Delta P_{HP}, \Delta P_D, \Delta P_{C\Delta P}$ ) et des variables d'entrée ( $NG, XR$ ) du circuit carburant. Pour se faire, nous utilisons l'algorithme (III.12) du différentiateur à modes glissants d'ordre 1 avec les valeurs des constantes de Lipschitz suivantes :

$$\begin{cases} L_{\Delta P_{HP}} = L_{\Delta P_D} = L_{\Delta P_{C\Delta P}} = 10^5 \\ L_{NG} = 50 \\ L_{XR} = 10 \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

Ces valeurs ont été choisies par itération afin de satisfaire le compromis entre la précision d'estimation et la robustesse au bruit. La figure III.12 permet d'observer l'effet de la constante de Lipschitz sur l'allure des dérivées premières estimées  $[\Delta \dot{P}_D]_e$  et  $[NG]_e$ . La variable  $\Delta P_D$  est issue du banc de simulation et la variable  $NG$  est issue des données d'essais CEPR.

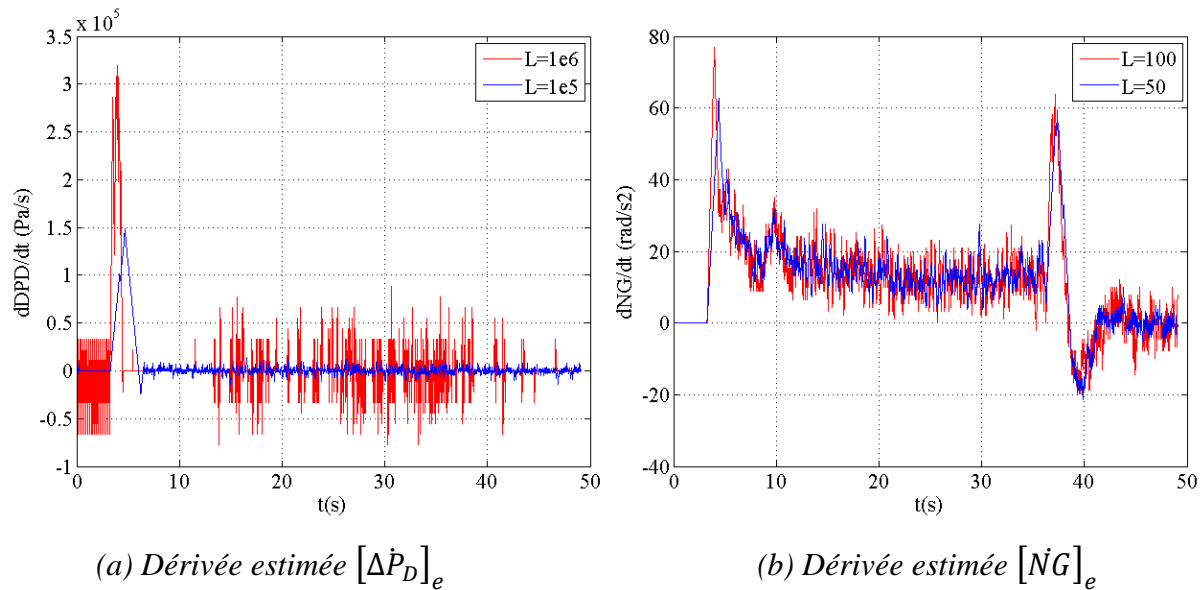
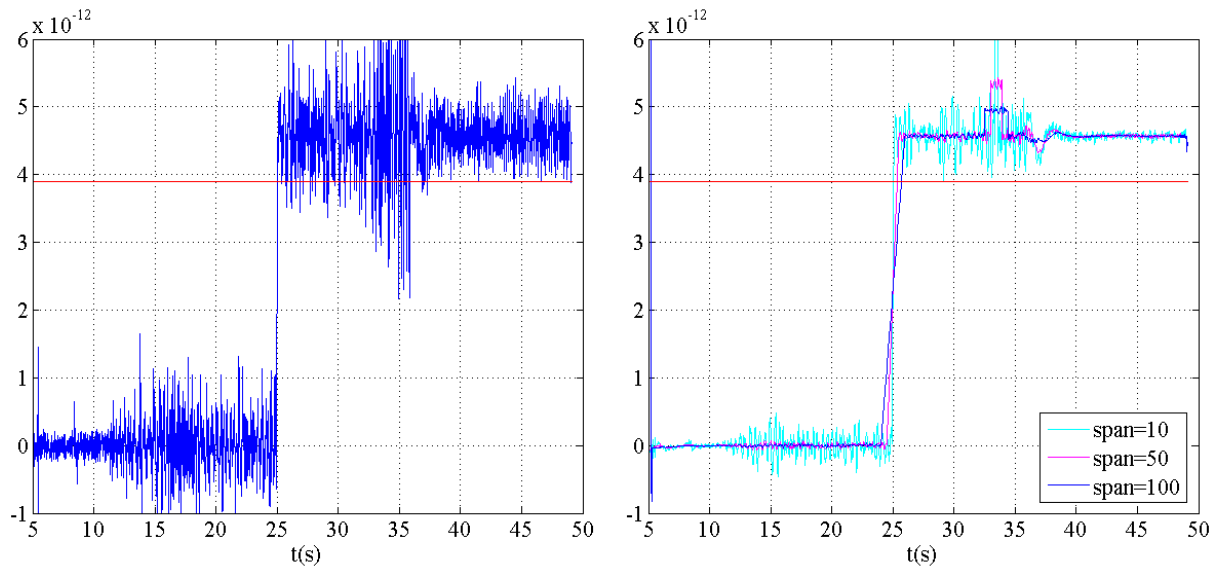


Figure III.12 – Dérivées estimées pour différentes valeurs de la constante de Lipschitz.

Une fois les dérivées premières estimées, nous procédons à la deuxième étape de la méthode de diagnostic qui consiste à estimer le coefficient de fuite à l'aide de l'équation (III.9). Finalement, le signal de résidu est obtenu par comparaison du coefficient de fuite estimé au coefficient de fuite nominal. Ce signal est filtré par moyenne mobile (fonction "smooth" sous Matlab) afin de réduire le bruit. Ce type de filtrage nécessite le choix du paramètre de longueur, appelé "span", permettant de sélectionner le nombre de points de données nécessaires au calcul de la moyenne à chaque instant.

Dans la figure III.13, nous avons tracé l'évolution du signal de résidu après un filtrage par moyenne mobile (fonction "smooth" sous Matlab) pour différentes valeurs du paramètre

"span". Le signal de résidu est comparé à une valeur seuil calculée à l'aide de l'équation (III.15). Les courbes sont tracées pour  $t > 5s$  (temps nécessaire pour l'établissement des consignes d'entrée) car avant cet instant les valeurs sont aberrantes à cause des valeurs nulles des pressions différentielles du doseur et du clapet- $\Delta P$ .



(a) Signal de résidu originel

(b) Signal de résidu filtré pour différentes valeurs de "span"

Figure III.13 – Signal de résidu ( $m^3/s.Pa$ ) d'estimation paramétrique non linéaire.

Nous constatons dans la figure III.13 le dépassement du seuil par le signal de résidu. La fuite interne est détectée après son instant d'apparition ( $t = 25s$ ). Le signal de résidu originel est bruité et passe plusieurs fois en dessous du seuil de détection après l'apparition de la fuite, pouvant ainsi générer des fausses détections. Afin d'y remédier, une solution consiste à filtrer le signal par moyenne mobile. Cependant, le choix du paramètre de réglage "span" résulte d'un compromis entre la précision, le temps de convergence du signal filtré et la robustesse au bruit comme indiqué par les signaux filtrés de la figure III.12. Une valeur élevée de ce paramètre implique une robustesse élevée au bruit, mais le temps de détection est lent et le signal filtré est moins précis.

### III.3.1.3 Résultats expérimentaux

Des essais expérimentaux ont été réalisés, suivant un programme d'essais, sur une architecture réduite du circuit carburant d'une turbomachine implantée sur un banc d'essais partiel HMU (Hydraulic Mechanical Unit). Le comportement du circuit a été reproduit pour un fonctionnement nominal (sans fuite) et pour un fonctionnement en présence de fuites internes

de la pompe HP caractérisées par un robinet de fuite placé parallèlement à la pompe HP. A partir des mesures de pressions et des consignes d'entrée, nous essaierons d'appliquer les méthodes de diagnostic par estimation paramétrique des fuites internes. Puis, une nouvelle approche de détection des fuites internes basée sur le temps de montée des pressions est proposée.

#### **III.3.1.3.1 Programme d'essais**

Les essais ont été réalisés sur le site de Bordes de Turbomeca. L'installation d'essais, schématisée dans la figure III.14, permet de :

- Mesurer et imposer la pression  $PEBP$  en entrée de la pompe BP.
- Mesurer et imposer la pression  $PSCNA$  en sortie du CNA.
- Mesurer le débit dosé  $Q_D$  et le débit  $Q_{HP}$  en sortie de la pompe HP.
- Mesurer la pression  $PEF$  en entrée du filtre, la pression  $PSHP$  en sortie de la pompe HP et la pression  $PSBP$  en sortie de la pompe BP.
- Mesurer les températures du carburant  $TEBP$ ,  $TSBP$  en entrée et sortie de la pompe BP et la température  $TSHP$  en sortie de la pompe HP.
- Commander le doseur avec une tension correspondant à la position résolveur désirée  $XR$ .
- Commander la vitesse de rotation  $NG$  des pompes BP/HP.
- Commander et mesurer le débit de fuite interne  $Q_f$  de la pompe HP à travers le robinet de fuite.

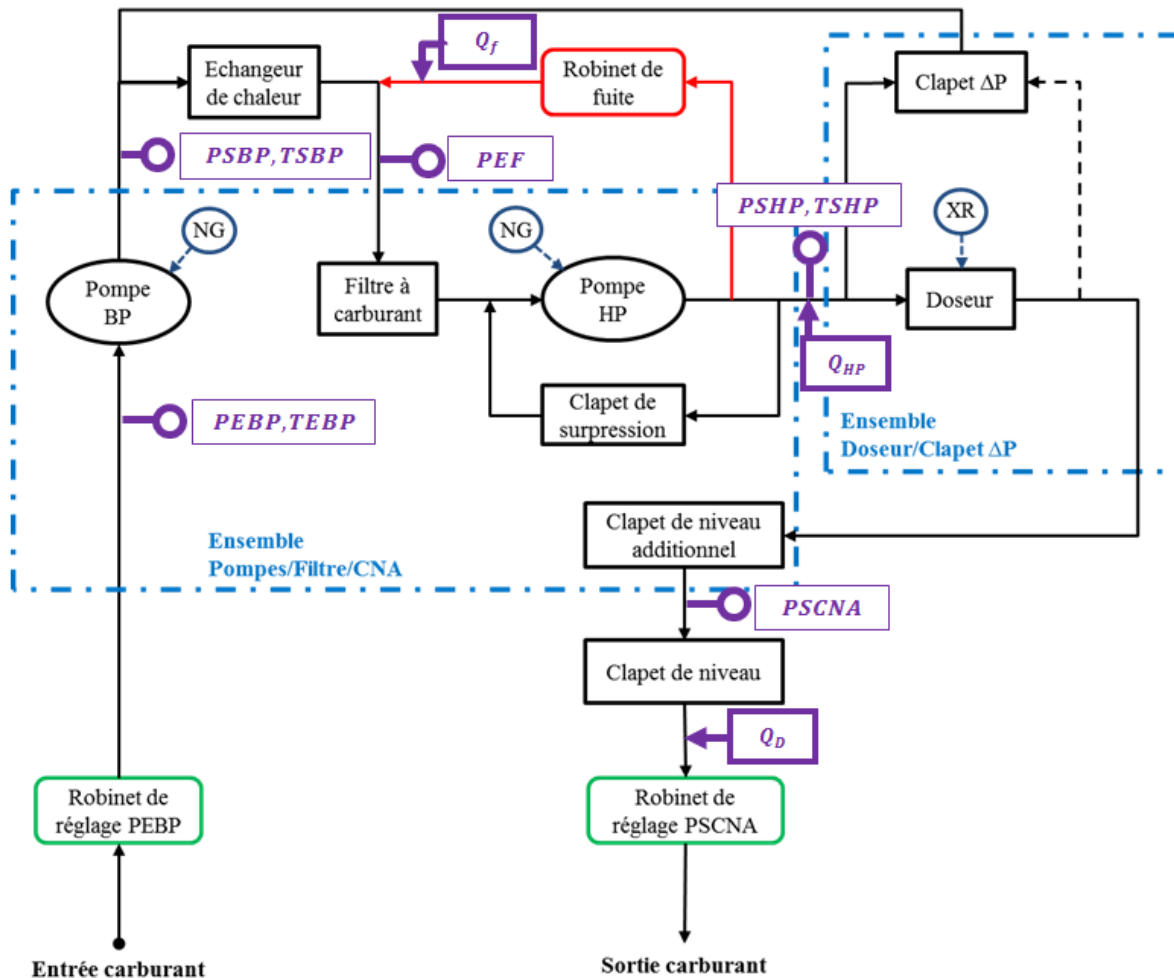


Figure III.14 – Schéma d'installation d'essais banc partiel HMU

### Remarque III.2 :

Pour des raisons d'accessibilité sur le banc HMU, la mise en place de capteurs de mesure des pressions PEHP en entrée de la pompe HP et PSD en sortie du doseur n'a pu être réalisée.

Les essais se décomposent en 2 étapes :

- **Essais en fonctionnement nominal** : les variables de pressions, débits et températures du circuit sont mesurées pour un fonctionnement sans fuites (robinet de fuite fermé) et pour des valeurs couplées des consignes d'entrée NG et XR (correspondant à une phase de démarrage). Les essais sont réalisés pour des ouvertures (*Ouv1* et *Ouv2*) préréglées du robinet de réglage PSCNA fixées par deux valeurs de pression en sortie du CNA (environ 1300 kPa et 1900 kPa) pour un NG de 8 088 tr/min et un XR de 10°.
- **Essais en fonctionnement avec fuite** : la même démarche est répétée que pour les essais en fonctionnement nominal mais en présence de différents niveaux de fuites

internes (10, 20, 30, 40, 50 et 80 l/h) de la pompe HP injectées à différents instants  $t_i$  (0 et 25s).

La température du carburant en entrée du circuit est de 20°C. La fréquence d'échantillonnage pour l'acquisition des données en dynamique est de 50 Hz. La pression d'entrée carburant est fixée à  $50 \pm 10 \text{ kPa}$  pour l'ensemble des essais et la pression de sortie carburant est à pression atmosphérique. Le robinet de réglage PEBP est constamment ouvert durant l'ensemble des essais.

Plusieurs séries de mesures ont été effectuées pour chaque essai et la moyenne de ces séries est exploitée et analysée dans l'Annexe B.

### III.3.1.3.2 Application des méthodes d'estimation paramétrique

Les mesures nécessaires à l'application des méthodes de détection des fuites internes sont les consignes d'entrée  $u = (NG \ XR)$  et les mesures de pressions différentielles  $y = (\Delta P_{HP} \ \Delta P_{C\Delta P} \ \Delta P_D)$ . Les mesures issues du banc HMU permettent d'obtenir la pression différentielle  $\Delta P_{C\Delta P}$  du clapet- $\Delta P$  mais ne permettent pas d'obtenir les pressions différentielles  $\Delta P_{HP}$  de la pompe HP et  $\Delta P_D$  du doseur. En effet, nous ne disposons pas des mesures des pressions  $PEHP$  en entrée de la pompe HP et  $PSD$  en sortie du doseur. Cependant ces pressions peuvent être estimées par les modèles d'équations des fonctions hydrauliques du circuit.

#### a) Estimation des pressions

La pression  $PEHP$  est estimée à partir de l'équation (I.54) du modèle du filtre en fonction de la mesure de pression  $PEF_{exp}$  en entrée du filtre et de la mesure du débit  $Q_{Fexp} = Q_{HPexp} + Q_{fexp}$  en sortie du filtre telle que :

$$PEHP_e = PEF_{exp} - (4,8054 \cdot 10^6 - 2,8667 \cdot 10^4 \cdot T) Q_{Fexp} \quad (\text{III.22})$$

Quant à la pression  $PSD$ , elle est estimée à partir des équations (I.45) et (I.46) du modèle du CNA en fonction de la mesure de la pression  $PSCNA_{exp}$  et de l'estimation de la pression différentielle  $[\Delta P_{CNA}]_e$  :

$$PSD_e = PSCNA + [\Delta P_{CNA}]_e \quad (\text{III.23})$$

avec  $[\Delta P_{CNA}]_e$  solution de l'équation du 3<sup>ème</sup> degré suivante :



$$[\Delta P_{CNA}]_e \left( S_{f_{CNA}} + \frac{S_{max_{CNA}} - S_{f_{CNA}}}{\Delta P_{max_{CNA}} - \Delta P_{ouv_{CNA}}} ([\Delta P_{CNA}]_e - \Delta P_{ouv_{CNA}}) \right)^2 - \frac{\rho}{2(C_{d_{CNA}})^2} Q_{CNA_{exp}}^2 = 0 \quad (III.24)$$

où le débit  $Q_{CNA_{exp}} = Q_{D_{exp}}$  dont les valeurs sont mesurées. L'équation (III.24) est résolue sous l'hypothèse que :  $\Delta P_{ouv_{CNA}} < [\Delta P_{CNA}]_e < \Delta P_{max_{CNA}}$ . Les paramètres du modèle du CNA sont présentés dans le tableau I.12.

Nous obtenons ainsi la pression différentielle estimée  $[\Delta P_D]_{e_{CNA}} = PSHP_{exp} - PSD_e$  à l'aide du modèle du CNA.

Le modèle de la vanne de dosage, caractérisé par les équations (I.17) – (I.19), peut également être utilisé pour estimer directement la pression différentielle  $\Delta P_D$  en fonction de la consigne de position résolveur  $XR$  et de la mesure du débit dosé  $Q_{D_{exp}}$ , telle que :

$$[\Delta P_D]_{e_D} = \frac{\rho}{2} \left( \frac{Q_{D_{exp}}}{S_{fictive}(XR)} \right)^2 \quad (III.25)$$

Pour l'essai en fonctionnement nominal avec une ouverture  $Ouv1$  (cf. annexe B) du robinet de réglage  $PSCNA$ , nous avons tracé dans la figure III.15 l'évolution des pressions différentielles  $[\Delta P_D]_{e_{CNA}}$  (après filtrage par moyenne mobile) et  $[\Delta P_D]_{e_D}$ .

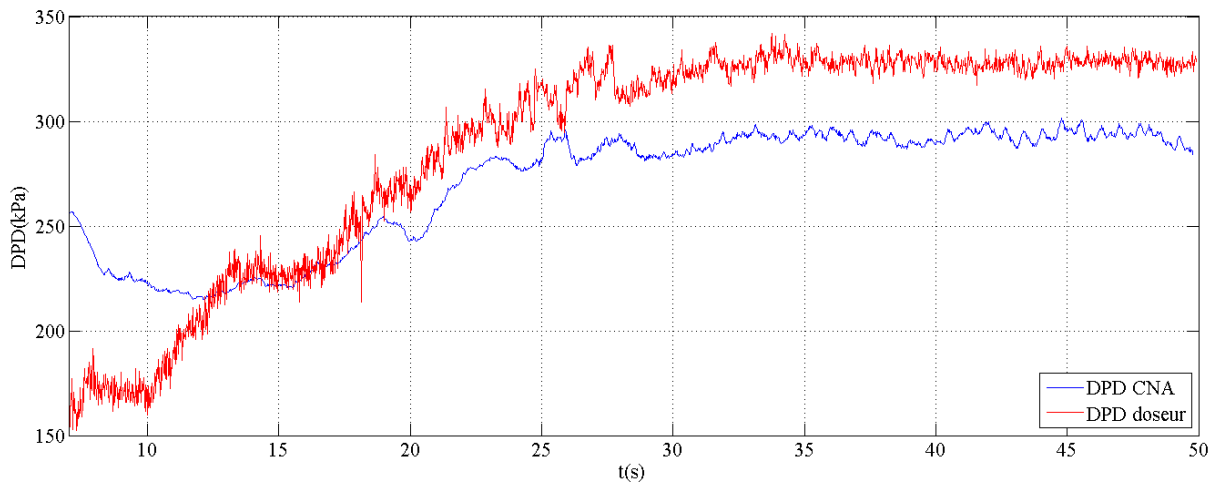


Figure III.15 – Courbes des pressions différentielles estimées  $[\Delta P_D]_{e_{CNA}}$  et  $[\Delta P_D]_{e_D}$  obtenues pour un fonctionnement nominal

Nous constatons que les deux courbes ont pratiquement la même allure avec différentes pentes. Cependant, un écart moyen de 30 kPa (dispersion de 10%) est constaté au régime ralenti, qui est dû à l'incertitude du modèle de la vanne de dosage qui génère un débit

théorique supérieur à l'expérimental comme nous l'avons constaté lors de la corrélation avec les essais CEPR (figure III.3).

Avant de pouvoir appliquer les algorithmes de détection des fuites internes, il faut vérifier et recalibrer si besoin les modèles des fonctions hydrauliques utilisés dans ces algorithmes, à savoir, le modèle de la pompe HP, le modèle de la vanne de dosage et le modèle du clapet- $\Delta P$ . Cette vérification est réalisée dans le paragraphe suivant à partir des relevés d'essai en fonctionnement nominal pour l'ouverture *Ouv1* du robinet de réglage *PSCNA* (cf. annexe B).

### b) Vérification des modèles (pompe HP, vanne de dosage et clapet- $\Delta P$ )

En utilisant les mesures des relevés d'essai en fonctionnement nominal pour l'ouverture *Ouv1*, nous avons estimé les débits de la pompe HP, de la vanne de dosage et du clapet- $\Delta P$  à l'aide de leurs modèles respectifs.

Dans la figure III.16, nous avons tracé les courbes du débit estimé (équation (I.9)) et mesuré de la pompe HP.

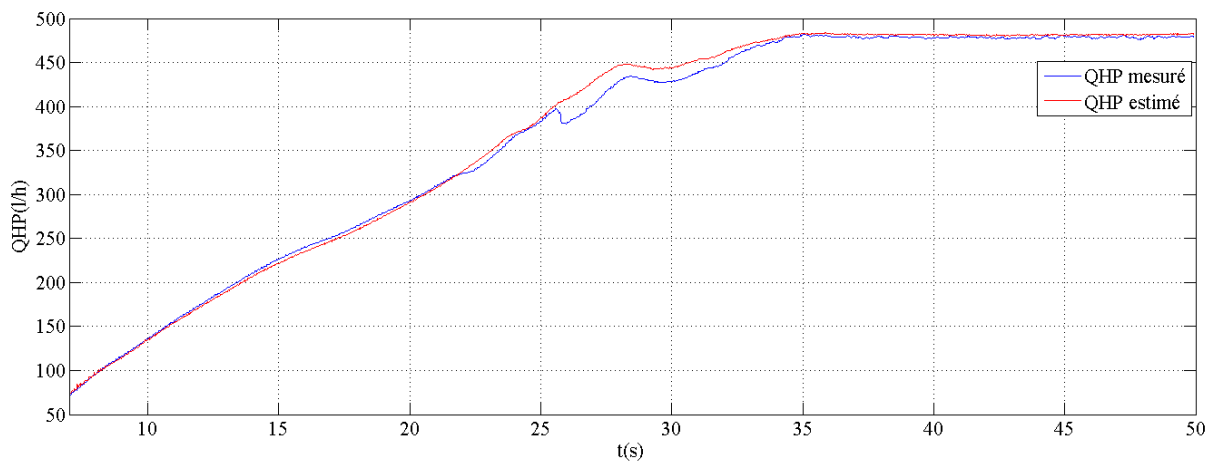


Figure III.16 – Courbes du débit de la pompe HP estimé et mesuré obtenus pour un fonctionnement nominal

Nous retrouvons la chute de 17 l/h du débit mesuré à l'instant  $t = 25s$ , constatée dans la figure B.1 de l'annexe B, qui est probablement due à un dysfonctionnement du capteur de mesure ou à un non-respect de la consigne de vitesse *NG*. Le débit estimé suit bien l'évolution de la consigne avec un écart par rapport au débit mesuré de 3 l/h (dispersion de 0,62%) au régime ralenti. Cet écart est dans les tolérances des CCT.

Dans la figure III.17, nous avons tracé les courbes des débits estimés (équations (I.17) – (I.19)) et du débit mesuré de la vanne de dosage. Les débits estimés sont obtenus en utilisant

d'une part la pression différentielle estimée  $[\Delta P_D]_{e_{CNA}}$  à l'aide de l'équation (III.24) et d'autre part la pression différentielle estimée  $[\Delta P_D]_{e_D}$  à l'aide de l'équation (III.25).

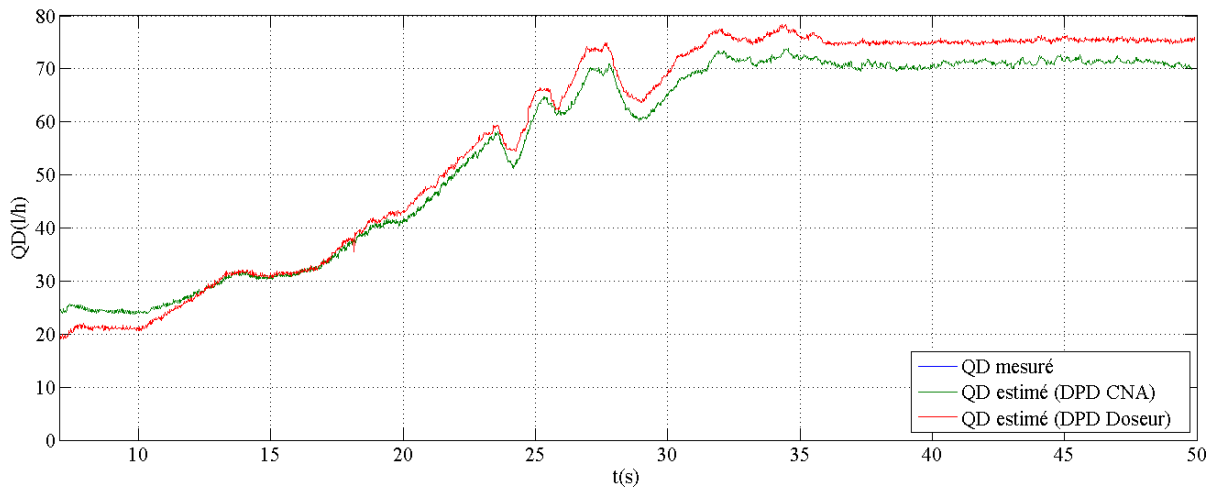


Figure III.17 – Courbes des débits dosés estimés et mesuré en fonctionnement nominal

Nous obtenons un écart nul entre le débit dosé mesuré et le débit dosé estimé en utilisant la pression différentielle  $[\Delta P_D]_{e_D}$  car nous avons utilisé le même modèle (de la vanne de dosage) pour estimer cette pression différentielle. L'écart de 5 l/h (dispersion de 6%) constaté entre le débit mesuré et le débit estimé en utilisant la pression différentielle estimée  $[\Delta P_D]_{e_{CNA}}$  est dans les tolérances des CCT.

Dans la figure III.18, nous avons tracé les courbes du débit estimé (équations (I.36), (I.44) et (I.56)) et mesuré du clapet- $\Delta P$ . Les débits estimés sont obtenus en utilisant d'une part la pression différentielle estimée  $[\Delta P_D]_{e_{CNA}}$  à l'aide de l'équation (III.24) et d'autre part la pression différentielle estimée  $[\Delta P_D]_{e_D}$  à l'aide de l'équation (III.25).

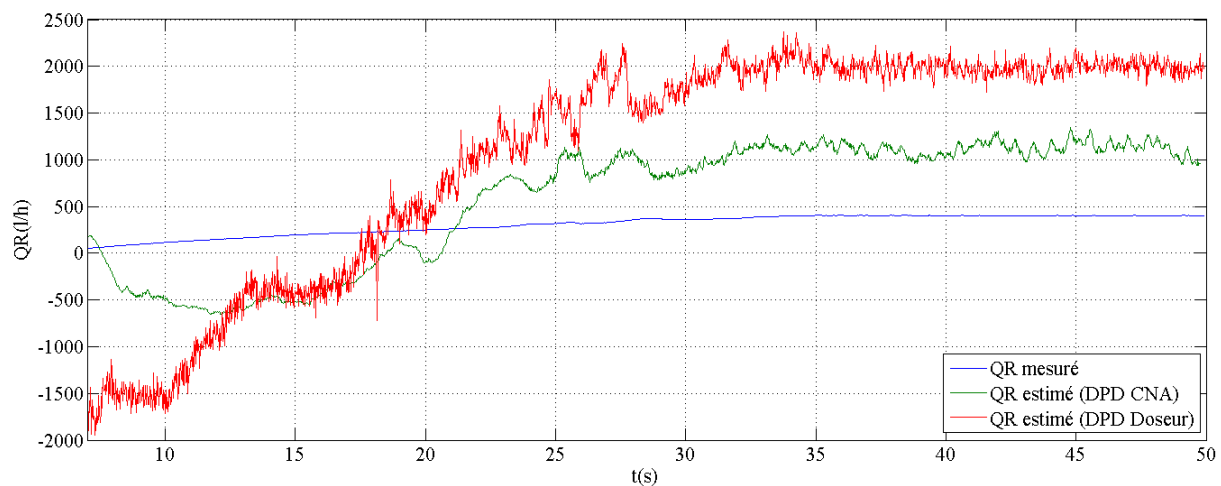


Figure III.18 – Courbes des débits du clapet- $\Delta P$  estimés et mesuré en fonctionnement nominal

Nous constatons que les valeurs des débits du clapet- $\Delta P$  estimés sont aberrantes. Les débits estimés en utilisant les pressions différentielles  $[\Delta P_D]_{e_{CNA}}$  et  $[\Delta P_D]_{e_D}$  présentent respectivement un écart moyen de 800 l/h (dispersion de 200%) et de 1600 l/h (dispersion de 400%) par rapport à la mesure au régime ralenti. Ces écarts sont principalement dus à l'incertitude de modélisation du clapet- $\Delta P$ . En effet, le modèle du clapet- $\Delta P$  a été établi et paramétré en se basant sur les relevés d'essais des CCT pour maintenir une pression différentielle  $\Delta P_D$  moyenne du doseur de 260 kPa au régime ralenti, alors que les pressions différentielles estimées  $[\Delta P_D]_{e_{CNA}}$  et  $[\Delta P_D]_{e_D}$  moyennes sont respectivement de 300 kPa et 330 kPa au régime ralenti (cf. figure III.15). Cette différence a également été observée lors de la corrélation avec les essais CEPR (cf. figure III.6).

#### Remarque III.4 :

Dans la figure III.18, les débits estimés du clapet- $\Delta P$  présente des incertitudes moyennes de  $\pm 200$  l/h. Ces incertitudes de débit sont dues aux incertitudes affectant les pressions différentielles estimées  $[\Delta P_D]_{e_{CNA}}$  et  $[\Delta P_D]_{e_D}$ . Afin de vérifier cette hypothèse, nous avons calculé l'incertitude  $\Delta Q_{C\Delta P}$  de débit du clapet- $\Delta P$  en fonction des incertitudes des pressions différentielles à l'aide de l'équation (III.26) basée sur le modèle simplifié du clapet- $\Delta P$ .

$$\Delta Q_{C\Delta P} = \left( Q_{C\Delta P} \frac{1}{2\Delta P_{C\Delta P}} \right) \cdot \Delta(\Delta P_{C\Delta P}) + \left( C_{d_{C\Delta P}} \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_{C\Delta P} \frac{S_{max_{C\Delta P}} \cdot S_m}{x_{max} \cdot k}} \right) \Delta(\Delta P_D) \quad (III.26)$$

Une application numérique de l'équation précédente est réalisée à l'aide des mesures expérimentales issues des essais en fonctionnement nominal. La figure III.19 montre l'évolution de l'incertitude de débit  $\Delta Q_{C\Delta P}$  pour différentes valeurs de l'incertitude  $\Delta(\Delta P_D)$  de la pression différentielle et pour une valeur constante de l'incertitude  $\Delta(\Delta P_{C\Delta P}) = 7$  kPa.

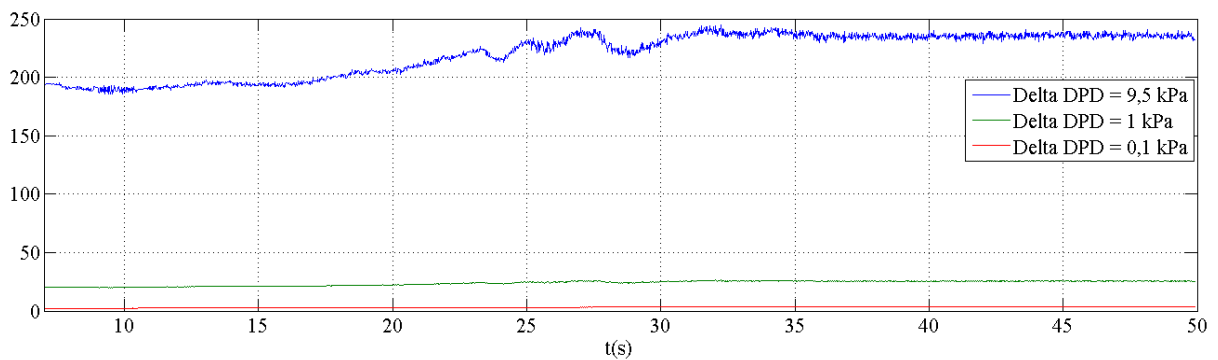


Figure III.19 – Courbes d'incertitude  $\Delta Q_{C\Delta P}$  (l/h) de débit du clapet- $\Delta P$ .

Les capteurs de mesure utilisés sur le banc HMU présentent une incertitude de la pression différentielle du doseur  $\Delta(\Delta P_D)$  d'une valeur de 9,5 kPa. Comme indiqué dans la figure III.19, cette valeur d'incertitude de la pression différentielle mène bien à une valeur moyenne de l'incertitude du débit  $\Delta Q_{C\Delta P}$  de 200 l/h. Afin de minimiser cette incertitude, il faudrait utiliser des capteurs avec une meilleure précision de l'ordre de 0,1 kPa.

Dans le paragraphe suivant, nous procédons au recalage du modèle du clapet- $\Delta P$  en se basant sur les mesures issues du banc d'essai HMU en fonctionnement nominal. Nous utiliserons la pression différentielle  $[\Delta P_D]_{eD}$  estimée par le modèle de la vanne de dosage.

### c) Recalage du modèle du clapet- $\Delta P$

L'objectif du recalage du modèle du clapet- $\Delta P$  est d'obtenir un débit estimé de ce clapet le plus proche possible de la mesure. Les valeurs aberrantes du débit estimé de la figure (III.18) ont été obtenues à partir des valeurs de déplacement  $x_d$  du clapet- $\Delta P$  estimé par l'équation (I.56) en fonction de la pression différentielle. Cette équation qui correspond à une fonction de transfert du premier ordre ne permet pas d'obtenir les valeurs souhaitées de déplacement du clapet- $\Delta P$ . Dans la figure (III.20), nous avons tracé les courbes d'évolution du déplacement  $\hat{x}_d$  estimé par l'équation (I.56) et de la variable de déplacement  $x_{drec}$  (multipliée par un facteur de 10) reconstruite à partir des équations (I.36) de débit et (I.44) de section d'ouverture en fonction des mesures  $\Delta P_{C\Delta P exp}$  et  $Q_{C\Delta P exp}$ .

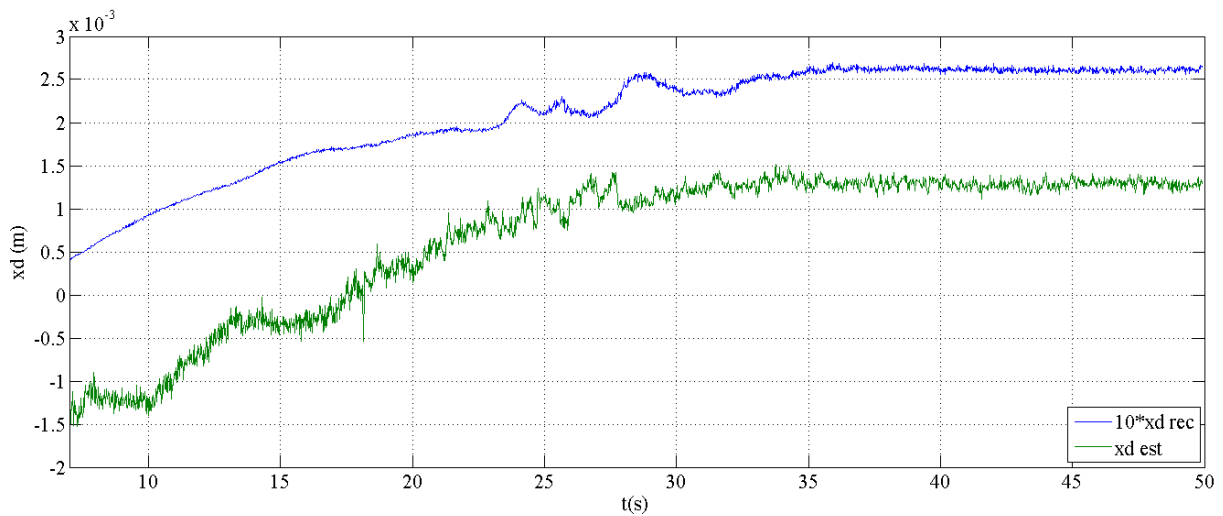


Figure III.20 – Courbes des déplacements  $\hat{x}_d$  et  $x_{drec}$  du clapet- $\Delta P$  en fonctionnement nominal.

Nous constatons dans la figure III.20 que les valeurs du déplacement  $\hat{x}_d$  estimé par l'équation (I.56) ne correspondent pas aux valeurs souhaitées du déplacement  $x_{drec}$  reconstruit en fonction des mesures expérimentales.

Dans la figure III.21, nous avons tracé la courbe d'évolution du déplacement  $x_{drec}$  en fonction de la pression différentielle  $[\Delta P_D]_{eD}$  à partir de l'instant  $t = 10s$ .

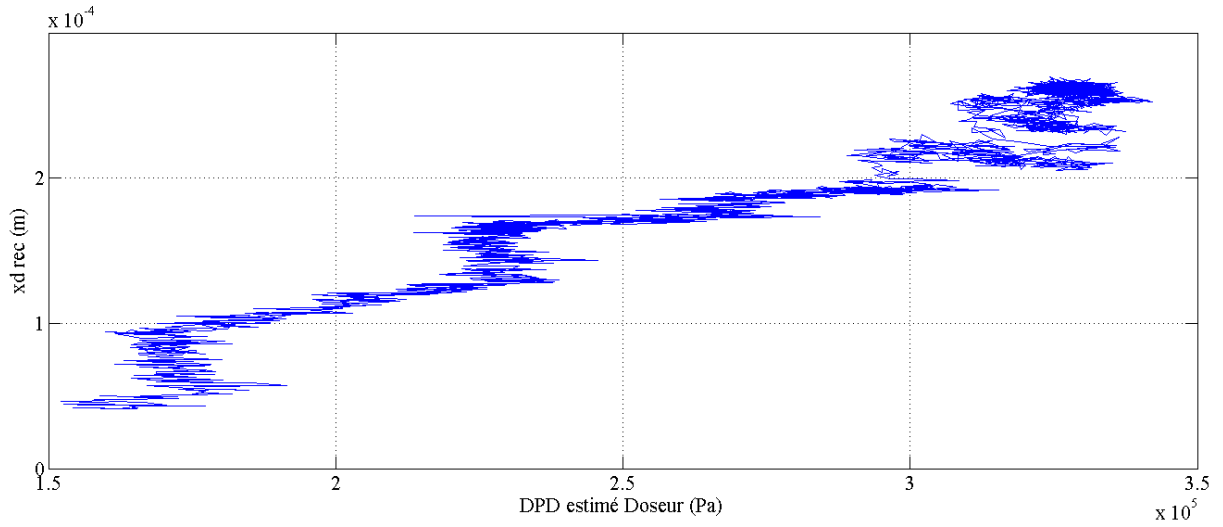


Figure III.21 – Courbe d'évolution  $x_{drec} = f([\Delta P_D]_{eD})$  en fonctionnement nominal.

A l'aide de l'outil "ident" d'identification des systèmes sous Matlab/Simulink (en utilisant le modèle ARX), nous avons décidé de caractériser l'évolution de la courbe de la figure III.21 par un modèle sous forme d'une fonction de transfert  $F(z)$  dans l'espace discret utilisant la transformée en  $z$ . Cette fonction de transfert est obtenue à partir de la variation des variables  $x_{drec}$  et  $[\Delta P_D]_{eD}$  autour de leurs valeurs initiales  $x_{drec_0}$  et  $[\Delta P_D]_{eD_0}$  correspondantes à l'instant  $t = 10s$ , telle que :

$$\delta x_{drec} = F(z) \cdot \delta([\Delta P_D]_{eD}) \quad (III.27)$$

où la fonction de transfert à temps discret  $F(z)$  est exprimée par:

$$F(z) = \frac{1,47 \cdot 10^{-9} z^{-1} - 1,46 \cdot 10^{-9} z^{-2}}{1 - 0,16 z^{-1} - 0,22 z^{-2} - 0,28 z^{-3} - 0,33 z^{-4}} \quad (III.28)$$

et :

$$\begin{cases} \delta x_{drec} = x_{drec} - x_{drec_0} \\ \delta([\Delta P_D]_{eD}) = [\Delta P_D]_{eD} - [\Delta P_D]_{eD_0} \end{cases} \quad (III.29)$$

Cette fonction de transfert du 4<sup>ème</sup> ordre présente le meilleur ajustement (82%) des valeurs du déplacement estimé (par cette fonction)  $\hat{x}_{d_{rec}}$  par rapport aux valeurs du déplacement  $x_{d_{rec}}$  comme indiqué dans la figure III.22.

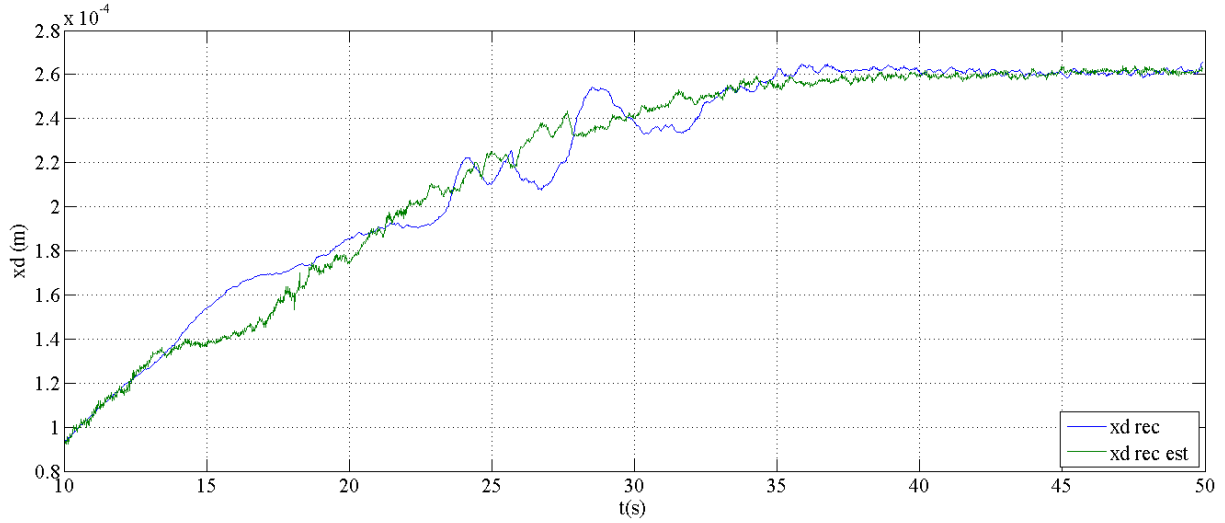


Figure III.22 – Courbe des déplacements  $x_{d_{rec}}$  et  $\hat{x}_{d_{rec}}$  en fonctionnement nominal.

Nous constatons dans la figure III.22 que les deux courbes évoluent différemment en régime transitoire (mais suivent la même tendance). L'évolution de la courbe du déplacement estimé  $\hat{x}_{d_{rec}}$  est fortement influencée par l'évolution de la variable de pression différentielle  $[\Delta P_D]_{e_D}$  (utilisée en entrée de la fonction de transfert) qui présente un niveau de bruit élevé malgré le filtrage par moyenne mobile. En régime stabilisé, les deux courbes sont quasiment identiques avec une dispersion maximale de  $\pm 1\%$ . Cela permet de valider au régime stabilisé le modèle de fonction de transfert  $F(z)$  qui caractérise le déplacement du clapet- $\Delta P$  en fonctionnement nominal.

Afin de tester la validité du modèle de fonction de transfert  $F(z)$  en fonctionnement défaillant (présence de fuites internes), nous avons tracé dans la figure III.23 les courbes d'évolution des déplacements  $x_{d_{rec}}$  et  $\hat{x}_{d_{rec}}$  en fonctionnement nominal et des déplacements  $x_{d_{rec_{fuite}}}$  et  $\hat{x}_{d_{rec_{fuite}}}$  en présence d'une fuite interne de 80 l/h injectée à l'instant  $t = 25s$  pour une ouverture *ouv1* du robinet de réglage *PSCNA*. La variable de déplacement  $x_{d_{rec_{fuite}}}$  est reconstruite à partir des équations (I.36) de débit et (I.44) de section d'ouverture du clapet- $\Delta P$  en fonction des mesures  $\Delta P_{C\Delta P_{exp_{fuite}}}$  et  $Q_{C\Delta P_{exp_{fuite}}}$ . La variable de déplacement estimé  $\hat{x}_{d_{rec_{fuite}}}$  est obtenue à l'aide de l'équation (III.27) pour une entrée de pression différentielle

estimée  $[\Delta P_D]_{e_{D_{fuite}}}$  qui est calculée à l'aide de l'équation (III.25) en fonction de la consigne de position résolveur  $XR$  et de la mesure du débit dosé  $Q_{D_{exp_{fuite}}}$ .

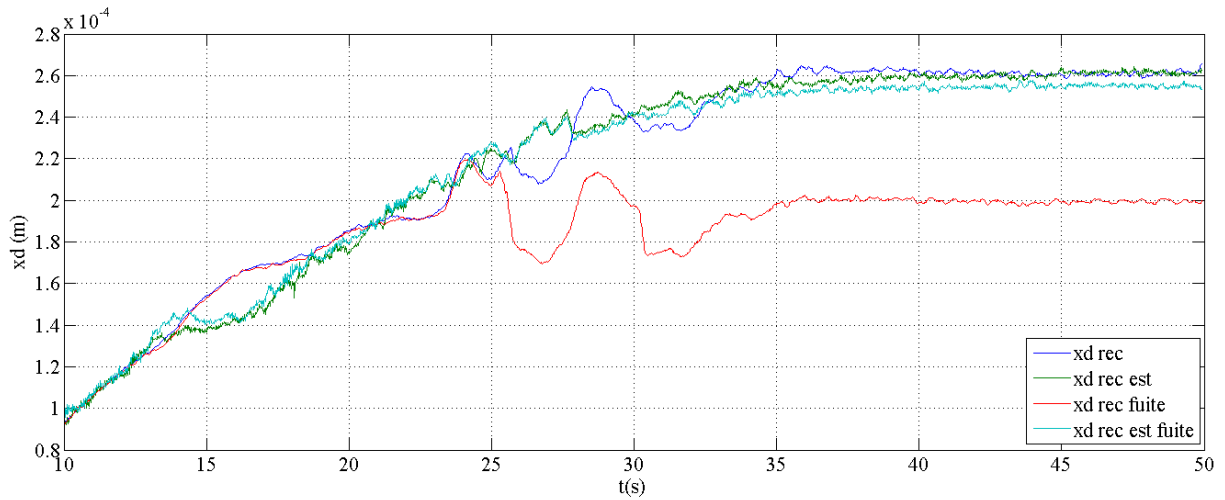


Figure III.23 – Courbe des déplacements  $x_{d_{rec}}$  et  $\hat{x}_{d_{rec}}$  en fonctionnement nominal /  $x_{d_{rec_{fuite}}}$  et  $\hat{x}_{d_{rec_{fuite}}}$  en fonctionnement avec fuite de 80 l/h injectée à  $t = 25s$ .

Nous constatons dans la figure III.23 que l'apparition de la fuite interne impacte le déplacement estimé  $\hat{x}_{d_{rec_{fuite}}}$  à l'instant  $t = 30s$  (retard de 5 secondes par rapport à l'instant d'apparition de la fuite). A partir de cet instant, la courbe du déplacement estimé  $\hat{x}_{d_{rec_{fuite}}}$  en présence de la fuite diminue d'une valeur moyenne de 2,5% (en régime stabilisé) par rapport au déplacement estimé  $\hat{x}_{d_{rec}}$  en fonctionnement nominal. Alors qu'expérimentalement, le déplacement  $x_{d_{rec_{fuite}}}$  en présence de la fuite diminue d'une valeur moyenne de 24% (en régime stabilisé) par rapport au déplacement  $x_{d_{rec}}$  en fonctionnement nominal.

D'après les précédentes observations, les résultats obtenus par le modèle de fonction de transfert  $F(z)$  ne sont pas satisfaisants. En effet, nous n'avons pas obtenu la diminution souhaitée du déplacement estimé  $\hat{x}_{d_{rec_{fuite}}}$  en présence de la fuite et n'aurons donc pas la diminution souhaitée du débit estimé  $[Q_{C\Delta P}]_{e_{fuite}}$  du clapet- $\Delta P$ . De ce fait, les méthodes de diagnostic par estimation paramétrique ne peuvent pas assurer la détection des fuites internes car les signaux de résidus générés ne dépasseront pas le seuil de détection. Ces résultats insatisfaisants sont dus au niveau de bruit élevé que présente l'estimation de la pression différentielle  $\Delta P_D$  qui est utilisée comme entrée du modèle de fonction de transfert.



Afin de pouvoir utiliser l'approche proposée avec le modèle de fonction de transfert, il faudrait modifier le bloc "doseur / clapet- $\Delta P$ " pour pouvoir mesurer directement la pression différentielle  $\Delta P_D$  avec un capteur dont le bruit de mesure soit inférieur à 1 kPa (0,1 kPa conviendrait parfaitement).

Dans le paragraphe suivant, nous proposons une nouvelle approche permettant la détection des fuites internes de la pompe HP. Cette approche est basée sur le temps de montée des pressions au début de la phase de démarrage du moteur.

### III.3.1.4 Nouvelle approche de détection des fuites internes

L'analyse des mesures de pressions, issues des essais sur banc HMU en présence de fuites injectées à  $t = 0s$  (cf. annexe B), a révélé l'existence d'un lien entre le temps de montée des pressions  $PSHP$  en sortie de la pompe HP et le niveau des fuites internes. Ce temps de montée que l'on peut observer dans la figure B.9 de l'annexe B, correspond au temps nécessaire pour que la pression différentielle du clapet CNA atteigne sa pression d'ouverture.

Le lien entre le temps de montée  $\Delta t$  et le débit de fuite  $Q_f$  est caractérisé par les courbes de la figure III.24 pour une température carburant de 20°C et pour les deux ouvertures  $Ouv1$  et  $Ouv2$  du robinet de réglage de la pression  $PSCNA$ .

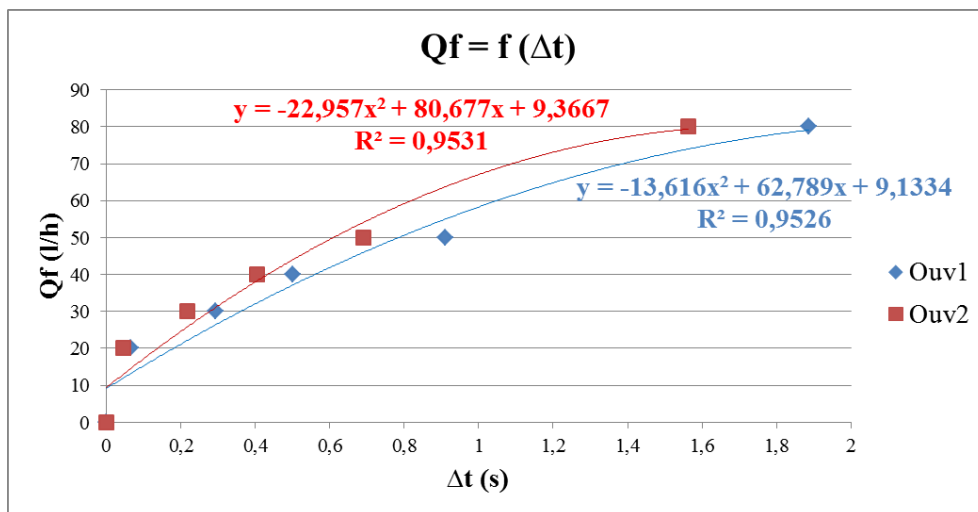


Figure III.24 – Modèle de caractérisation des fuites en fonction du temps de montée des pressions  $PSHP$  pour une température carburant de 20°C.

Le temps de montée  $\Delta t$  correspond à la différence entre les temps nécessaires pour que les pressions  $PSHP$  en présence et en l'absence de fuite atteignent la valeur seuil de 1000 kPa que

l'on a fixé arbitrairement. Les temps relevés de montée des pressions sont indiqués dans le tableau III.2.

$Q_f$ (l/h)	Temps de montée $t$ (s)		$\Delta t$ (s) par rapport à $t$ de $Q_f = 0$	
	PSD = 800	PSD = 1000	PSD = 800	PSD = 1000
0	5,373	5,408	0	0
20	5,438	5,453	0,065	0,045
30	5,666	5,626	0,293	0,218
40	5,875	5,813	0,502	0,405
50	6,283	6,099	0,910	0,691
80	7,260	6,972	1,887	1,564

Tableau III.2 – Temps de montée des pressions PSHP pour une température carburant de 20°C.

Sachant que le débit de fuite interne de la pompe HP évolue en fonction de la viscosité du carburant (qui est fonction de la température), Il faudrait prendre en compte l'effet de la variation de température sur le temps de montée de la pression PSHP.

Pour des valeurs de  $NG$  et  $XR$  issues des essais expérimentaux, nous avons simulé durant 50 secondes le fonctionnement du circuit carburant, sous Simscape, pour différentes températures et en présence de deux niveaux de fuite pour une pression  $PSCNA = 1300 \text{ kPa}$  en régime stabilisé ( $NG = 8\,088 \text{ tr/min}$ ). Les fuites ont été modélisées en agissant sur le rendement volumétrique de la pompe HP. Nous avons relevé le temps de montée  $\Delta t$  de la pression PSHP nécessaire pour atteindre la valeur seuil de  $1000 \text{ kPa}$ , en fonction de la variation de la température du carburant. Le résultat obtenu est présenté dans la figure III.25.

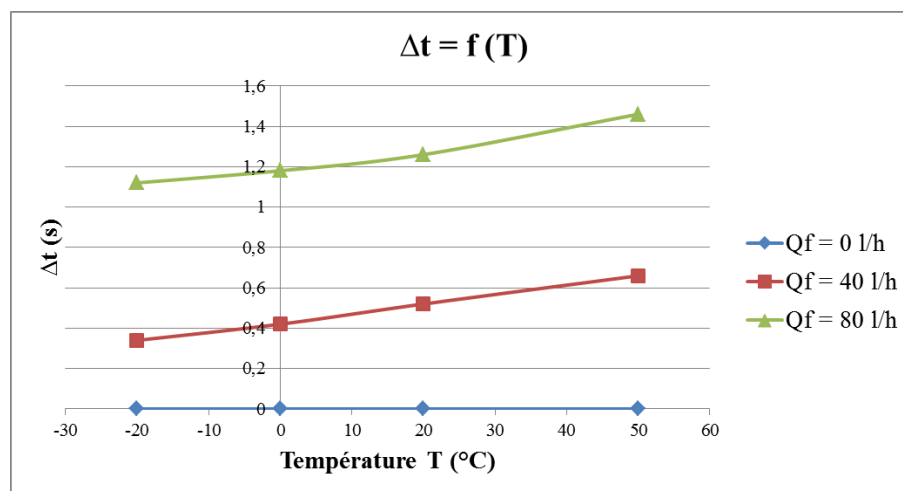


Figure III.25 – Courbes d'évolution du temps de montée des pressions PSHP en fonction de la température du carburant

Les temps de montée  $\Delta t$  des pressions sont calculés dans le tableau III.3.

Temps de montée $t$ (s)				
Q fuite (l/h)	Températures (°C)			
	-20	0	20	50
0	5,22	5,22	5,22	5,24
40	5,56	5,64	5,74	5,90
80	6,34	6,40	6,48	6,70
$\Delta t$ (s) par rapport à $t$ de $Q_{f0}$				
Q fuite (l/h)	Températures (°C)			
	-20	0	20	50
0	0	0	0	0
40	0,34	0,42	0,52	0,66
80	1,12	1,18	1,26	1,46

Tableau III.3 – Temps de montée des pressions PSHP à différentes températures

Nous constatons, dans la figure III.25, une augmentation linéaire du temps de montée de la pression PSHP en fonction de l'augmentation de la température. Cet effet peut donc être caractérisé par un ensemble d'équations linéaires à différents niveaux de fuite pour une pression de charge  $PSCNA$  donnée.

Finalement, le modèle général de détection des fuites internes est constitué d'un réseau de courbes  $Q_f = f(\Delta t, T)$  d'évolution du débit de fuite interne en fonction du temps de montée des pressions et de la température. Ce modèle permettra de quantifier le niveau de fuite à partir de deux entrées qui sont le temps de montée  $\Delta t$  de la pression PSHP et la température du carburant  $T$  mesurée en entrée de la pompe HP. Cette stratégie de détection ne serait applicable que pour des données de démarrage afin d'observer le comportement des mesures pendant l'ouverture du CNA.

### III.3.1.5 Conclusion

Dans cette sous-section, nous avons présenté la méthode de diagnostic des fuites internes de la pompe HP basée sur les deux approches d'estimation paramétrique linéaire et non linéaire.

Une application numérique des deux approches a été réalisée en utilisant le modèle Simscape du circuit carburant comme banc de simulation. Les signaux de résidus obtenus par simulation permettent la détection des fuites internes. La performance de chaque approche dépend du choix de ses paramètres de réglage. Ce choix résulte d'un compromis entre la précision, le temps de convergence des signaux de résidus et la robustesse au bruit.

Nous n'avons pas pu valider les méthodes de diagnostic des fuites internes par estimation paramétrique à partir des mesures de pressions et des consignes d'entrée issues des essais expérimentaux sur un banc partiel HMU. Le modèle du 1<sup>er</sup> ordre du clapet- $\Delta P$  basé sur les essais des CCT ne permettait pas d'obtenir une bonne estimation de son déplacement. Un nouveau modèle de fonction de transfert du 4<sup>ème</sup> ordre a été établi à partir des mesures expérimentales. Ce modèle garantit une bonne estimation du déplacement du clapet en fonctionnement nominal mais pas en présence de fuite. Cela est dû au niveau de bruit élevé que présente l'estimation de la pression différentielle  $\Delta P_D$  utilisée comme entrée du modèle de fonction de transfert. L'approche proposée avec ce modèle pourrait être utilisée à condition de disposer d'une mesure directe de la pression différentielle  $\Delta P_D$  avec un capteur dont le bruit de mesure soit inférieur à 1 *kPa*.

L'analyse des mesures de pressions en présence de fuites injectées à  $t = 0s$  a révélée l'existence d'un lien entre le temps de montée des pressions *PSHP* et le niveau des fuites internes. Une nouvelle approche de détection des fuites internes basée sur ce temps de montée des pressions *PSHP* a été proposée.

### III.3.2 Détection et localisation des fuites externes par espace de parité

#### III.3.2.1 Principe

Les fuites externes sont généralement causées par une dégradation des joints d'étanchéité. Elles se caractérisent par une perte de débit s'écoulant à l'extérieur de la fonction hydraulique considérée. La stratégie proposée pour la détection de ces fuites, schématisée dans la figure III.26, est basée sur la méthode de l'espace de parité.

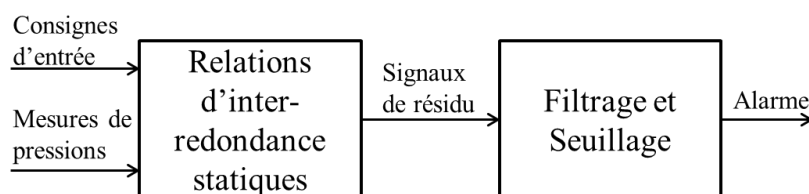


Figure III.26 – Méthode de diagnostic des fuites externes

Les signaux de résidu sont construits à partir des relations d'inter-redondance statiques (relations entre plusieurs sorties de mesure). En effet, il existe des liens entre les différentes

mesures de pressions différentielles grâce aux équations relatives à la loi des nœuds et de conservation des débits. Sous l'hypothèse d'un fluide incompressible pour un fonctionnement nominal, nous avons :

$$Q_{HP} = Q_D + Q_{\Delta P} \quad (\text{III.30})$$

$$Q_{BP} = Q_D = Q_{CNA} \quad (\text{III.31})$$

$$Q_{CNA} = \begin{cases} Q_{CN} & NG > 45\% \\ Q_{CN} + Q_{id} & NG \leq 45\% \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

La présence d'une fuite externe dans une fonction hydraulique se traduit par une perte de débit en sortie de celle-ci telle que pour  $i = BP, HP, D, \Delta P$  ou  $CNA$  :

$$Q_i = Q_i^{nom} - Q_{fi} \quad (\text{III.33})$$

**Remarque III.3 :**

- Les mesures des pressions différentielles et les consignes d'entrées permettent d'estimer les débits nominaux. En présence de fuites externes, les débits réels (partie gauche de l'équation III.33) ne sont pas estimables.
- L'estimé  $\hat{Q}_{BP}^{nom}$  du débit nominal de la pompe BP est donnée par l'équation (I.16).
- L'estimé  $\hat{Q}_{\Delta P}^{nom}$  du débit du clapet- $\Delta P$  (modèle simplifié) est donnée par l'équation (I.36). la section de l'orifice de passage est donnée par l'équation (I.44) où  $x_d$  est estimé par l'équation (I.56).
- L'estimé  $\hat{Q}_{HP}^{nom}$  du débit de la pompe HP est donnée par l'équation (I.9).
- L'estimé  $\hat{Q}_D^{nom}$  du débit de la vanne de dosage est donnée par l'équation (I.17) où la section fictive est donnée par les équations (I.18) et (I.19).
- Les estimés  $\hat{Q}_{CNA}^{nom}$  et  $\hat{Q}_{CN}^{nom}$  des débits des clapets CNA et CN sont données par l'équation (I.45) où les sections des orifices de passage sont données par l'équation (I.46).
- L'estimé  $\hat{Q}_{id}^{nom}$  du débit des injecteurs de démarrage est donnée par l'équation (I.45).

Nous allons maintenant construire les signaux de résidus pour la détection des fuites externes impactant les fonctions hydrauliques suivantes : la pompe BP, la pompe HP, le clapet- $\Delta P$ , le doseur et le CNA.

➤ **Cas d'une fuite externe de la pompe BP :**

Le schéma de la figure III.27 représente le sens du flux des débits dans une partie du circuit carburant en présence d'une fuite externe de la pompe BP.

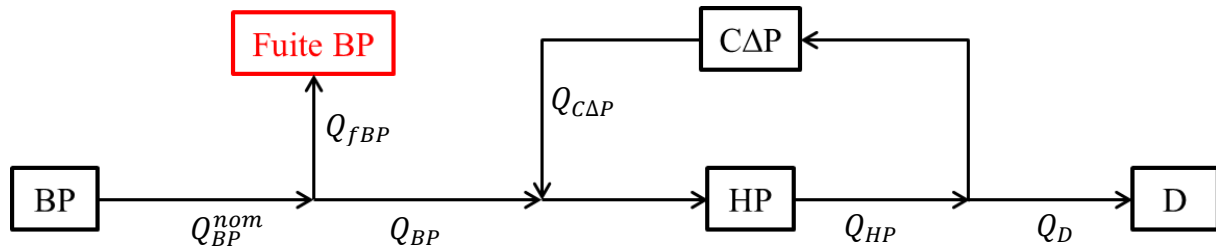


Figure III.27 – Sens du flux des débits en présence d'une fuite externe de la pompe BP

Selon la figure III.27, nous avons :

$$Q_{HP} = Q_{BP} + Q_{C\Delta P} \quad (\text{III.34})$$

En remplaçant l'expression du débit  $Q_{BP}$  de la pompe BP en fonction de sa fuite, nous obtenons :

$$Q_{HP} = (Q_{BP}^{nom} - Q_{fBP}) + Q_{C\Delta P} \quad (\text{III.35})$$

ou encore :

$$Q_{BP}^{nom} + Q_{C\Delta P} - Q_{HP} = Q_{fBP} \quad (\text{III.36})$$

Nous en déduisons le signal de résidu, généré par estimation des débits, permettant la détection d'une fuite externe de la pompe BP :

$$R_1 = \hat{Q}_{BP}^{nom} + \hat{Q}_{C\Delta P} - \hat{Q}_{HP} \quad (\text{III.37})$$

où  $\hat{Q}_{C\Delta P} = \hat{Q}_{C\Delta P}^{nom}$  et  $\hat{Q}_{HP} = \hat{Q}_{HP}^{nom}$ .

#### ➤ Cas d'une fuite externe de la pompe HP :

Le schéma de la figure III.28 représente le sens du flux des débits dans une partie du circuit carburant en présence d'une fuite externe de la pompe HP.

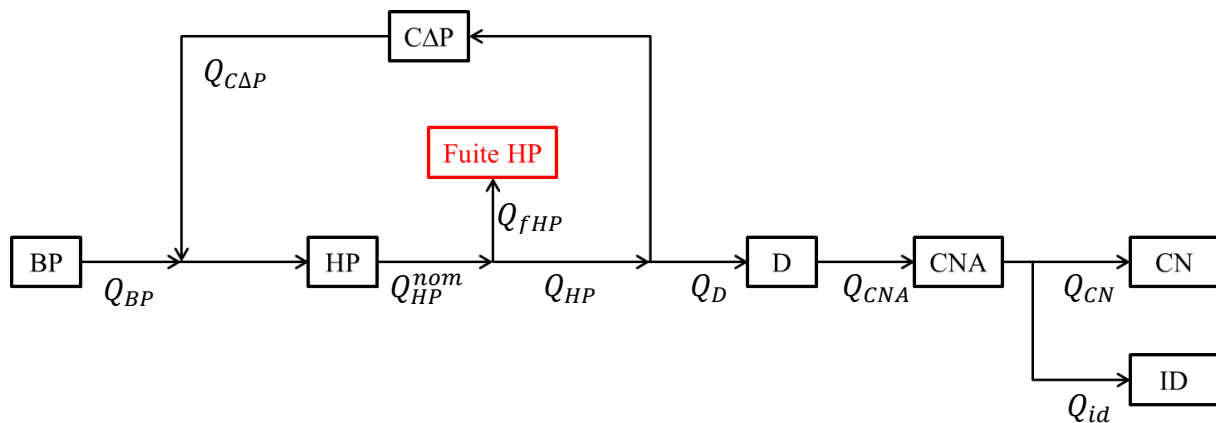


Figure III.28 – Sens du flux des débits en présence d'une fuite externe de la pompe HP.

Selon la figure III.28, nous avons :

$$Q_{HP} = Q_{C\Delta P} + Q_D = Q_{C\Delta P} + Q_{CNA} = Q_{C\Delta P} + Q_{CN} + Q_{id} \quad (III.38)$$

En remplaçant l'expression du débit  $Q_{HP}$  de la pompe HP en fonction de sa fuite, nous obtenons :

$$(Q_{HP}^{nom} - Q_{fHP}) = Q_{C\Delta P} + Q_D = Q_{C\Delta P} + Q_{CNA} = Q_{C\Delta P} + Q_{CN} + Q_{id} \quad (III.39)$$

ou encore :

$$Q_{HP}^{nom} - Q_{C\Delta P} - Q_D = Q_{HP}^{nom} - Q_{C\Delta P} - Q_{CNA} = Q_{HP}^{nom} - Q_{C\Delta P} - Q_{CN} - Q_{id} = Q_{fHP} \quad (III.40)$$

Nous en déduisons trois signaux de résidus, générés à partir des estimations des débits, permettant la détection d'une fuite externe de la pompe HP :

$$R_2 = \hat{Q}_{HP}^{nom} - \hat{Q}_{C\Delta P} - \hat{Q}_D \quad (III.41)$$

$$R_3 = \hat{Q}_{HP}^{nom} - \hat{Q}_{C\Delta P} - \hat{Q}_{CNA} \quad (III.42)$$

$$R_4 = \hat{Q}_{HP}^{nom} - \hat{Q}_{C\Delta P} - \hat{Q}_{CN} - \hat{Q}_{id} \quad (III.43)$$

où  $\hat{Q}_{C\Delta P} = \hat{Q}_{C\Delta P}^{nom}$ ,  $\hat{Q}_D = \hat{Q}_D^{nom}$ ,  $\hat{Q}_{CNA} = \hat{Q}_{CNA}^{nom}$ ,  $\hat{Q}_{CN} = \hat{Q}_{CN}^{nom}$  et  $\hat{Q}_{id} = \hat{Q}_{id}^{nom}$

➤ **Cas d'une fuite externe du clapet- $\Delta P$  :**

Le schéma de la figure III.29 représente le sens du flux des débits dans une partie du circuit carburant en présence d'une fuite externe du clapet- $\Delta P$ .

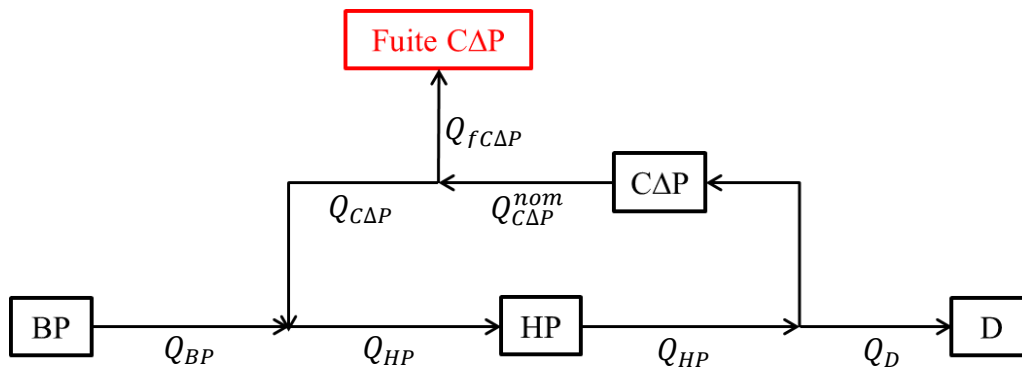


Figure III.29 – Sens du flux des débits en présence d'une fuite externe du clapet- $\Delta P$ .

Selon la figure III.29, nous avons :

$$Q_{HP} = Q_{BP} + Q_{C\Delta P} \quad (\text{III.44})$$

En remplaçant l'expression du débit  $Q_{C\Delta P}$  du clapet- $\Delta P$  en fonction de sa fuite, nous obtenons:

$$Q_{HP} = Q_{BP} + (Q_{C\Delta P}^{nom} - Q_{fC\Delta P}) \quad (\text{III.45})$$

ou encore :

$$Q_{C\Delta P}^{nom} + Q_{BP} - Q_{HP} = Q_{fC\Delta P} \quad (\text{III.46})$$

Nous en déduisons le même signal de résidu  $R_1$  que celui utilisé dans l'équation (III.37), permettant la détection d'une fuite externe du clapet- $\Delta P$ .

➤ **Cas d'une fuite externe de la vanne de dosage :**

Le schéma de la figure III.30 représente le sens du flux des débits dans une partie du circuit carburant en présence d'une fuite externe de la vanne de dosage.

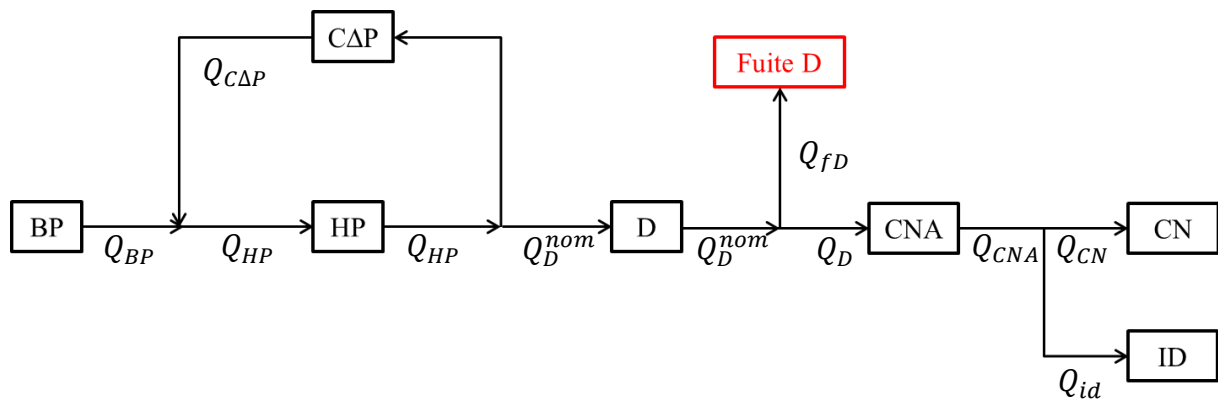


Figure III.30 – Sens du flux des débits en présence d'une fuite externe de la vanne de dosage.

Selon la figure III.30, nous avons :

$$Q_{HP} = Q_{C\Delta P} + Q_D^{nom} \quad (\text{III.47})$$

En remplaçant l'expression du débit nominal  $Q_D^{nom}$  de la vanne de dosage en fonction de sa fuite, nous obtenons:

$$Q_{HP} = Q_{C\Delta P} + (Q_D + Q_{fD}) \quad (\text{III.48})$$

ou encore :

$$Q_{HP} - Q_{C\Delta P} - Q_D = Q_{fD} \quad (\text{III.49})$$



Sachant que  $Q_D = Q_{CNA} = Q_{CN} + Q_{id}$ , nous en déduisons les mêmes signaux de résidu  $R_3$  et  $R_4$  que ceux utilisés dans les équations (III.42) et (III.43), permettant la détection d'une fuite externe du doseur.

➤ **Cas d'une fuite externe du CNA :**

Le schéma de la figure III.31 représente le sens du flux des débits dans une partie du circuit carburant en présence d'une fuite externe du CNA.

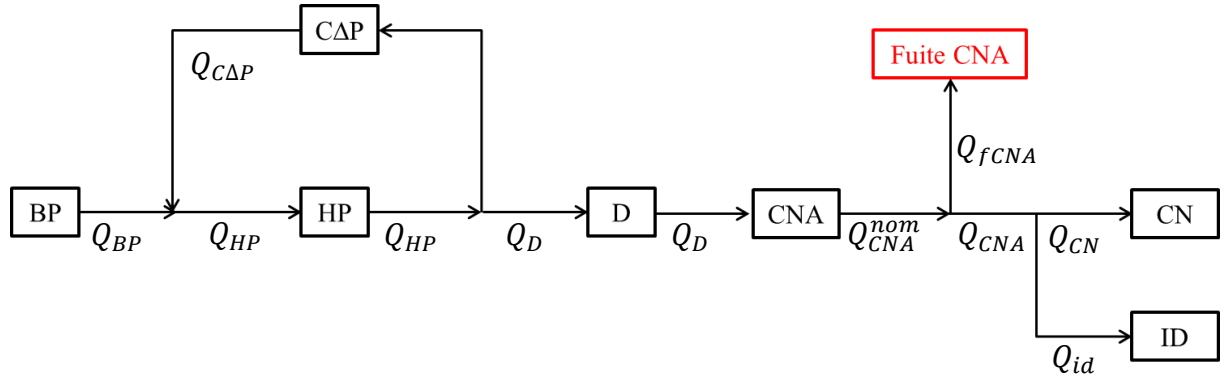


Figure III.31 – Sens du flux des débits en présence d'une fuite externe du CNA.

Selon la figure III.31, nous avons :

$$Q_{HP} = Q_{C\Delta P} + Q_D = Q_{C\Delta P} + Q_{CNA}^{nom} \quad (III.50)$$

En remplaçant l'expression du débit nominal  $Q_{CNA}^{nom}$  du CNA en fonction de sa fuite, nous obtenons :

$$Q_{HP} = Q_{C\Delta P} + (Q_{CNA} + Q_{fCNA}) \quad (III.51)$$

Sachant que  $Q_{CNA} = Q_{CN} + Q_{id}$ , nous obtenons :

$$Q_{HP} - Q_{C\Delta P} - Q_{CN} - Q_{id} = Q_{fCNA} \quad (III.52)$$

Nous en déduisons le même signal de résidu  $R_4$  que celui utilisé dans l'équation (III.43), permettant la détection d'une fuite externe du CNA.

➤ **Structuration des résidus :**

Chaque signal de résidu, obtenu dans les paragraphes précédents, est sensible à au moins une fuite externe d'une des fonctions hydrauliques. En effet, Les fuites externes de la pompe BP et du clapet- $\Delta P$  sont détectables par le résidu  $R_1$ . La fuite externe de la pompe HP est détectable par les résidus  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$ . La fuite externe du doseur est détectable par les résidus  $R_3$  et  $R_4$ . La fuite externe du CNA est détectable par le résidu  $R_4$ .

Nous construisons donc la table des signatures théoriques (tableau III.4) complétée par les mesures de pressions nécessaires pour la génération de chaque signal de résidu (en plus des consignes d'entrée  $NG$  et  $XR$ ).

Résidus	Types de fuite externe					Mesures nécessaires
	Pompe BP	Pompe HP	Vanne de dosage	Clapet- $\Delta P$	CNA	
$R_1$	1	0	0	1	0	$\Delta P_{HP}, \Delta P_{C\Delta P}, \Delta P_{BP}$
$R_2$	0	1	0	0	0	$\Delta P_{HP}, \Delta P_{C\Delta P}, \Delta P_D$
$R_3$	0	1	1	0	0	$\Delta P_{HP}, \Delta P_{C\Delta P}, \Delta P_{CNA}$
$R_4$	0	1	1	0	1	$\Delta P_{HP}, \Delta P_{C\Delta P}, \Delta P_{CN}, \Delta P_{id}$

Tableau III.4 – Table 1 des signatures théoriques des fuites externes.

Un "0" signifie que le résidu de la  $i^{ème}$  ligne est insensible aux effets de la fuite externe de la  $j^{ème}$  colonne. En revanche, un "1" signifie que le  $i^{ème}$  résidu est sensible aux effets de la  $j^{ème}$  fuite externe.

Conformément au tableau III.4, en cas de défauts multiples (présence de plusieurs fuites externes), il est possible de localiser toutes les fuites externes sauf celles de la pompe BP et du clapet- $\Delta P$  car elles possèdent la même signature (elles affectent un seul et même résidu). Il n'est pas possible de faire la différence entre ces deux fuites.

La table des signatures théoriques du tableau III.4 peut être simplifiée en remplaçant les signaux de résidus  $R_3$  et  $R_4$  par deux nouveaux signaux de résidus  $R_5$  et  $R_6$ , nécessitant moins de mesures, générés par :

$$R_5 = R_3 - R_2 = \hat{Q}_D^{nom} - \hat{Q}_{CNA} \quad (III.53)$$

$$R_6 = R_4 - R_3 = \hat{Q}_{CNA}^{nom} - \hat{Q}_{CN} - \hat{Q}_{id} \quad (III.54)$$

où le signal de résidu  $R_5$  permet de détecter et localiser la fuite externe de la vanne de dosage et le signal de résidu  $R_6$  permet de détecter et localiser la fuite externe du CNA.

Nous en déduisons donc la nouvelle table des signatures théoriques suivante :

Résidus	Types de fuite externe					Mesures nécessaires
	Pompe BP	Pompe HP	Vanne de dosage	Clapet-ΔP	CNA	
$R_1$	1	0	0	1	0	$\Delta P_{HP}, \Delta P_{C\Delta P}, \Delta P_{BP}$
$R_2$	0	1	0	0	0	$\Delta P_{HP}, \Delta P_{C\Delta P}, \Delta P_D$
$R_5$	0	0	1	0	0	$\Delta P_D, \Delta P_{CNA}$
$R_6$	0	0	0	0	1	$\Delta P_{CNA}, \Delta P_{CN}, \Delta P_{id}$

Tableau III.5 – Table 2 des signatures théoriques des fuites externes.

### III.3.2.2 Application numérique

Afin de valider par simulation la méthode de diagnostic des fuites externes, nous utilisons le modèle Simscape du circuit carburant de la figure I.23 comme banc de simulation pour simuler les fuites externes et générer les variables de pressions différentielles nécessaires à l'application de la stratégie. Les simulations sont réalisées sous l'hypothèse d'un carburant incompressible et pour un écoulement turbulent dans le circuit. Les variables d'entrée ( $NG$ ,  $XR$  et  $P3$ ) du banc de simulation sont issues des données d'essais expérimentaux CEPR correspondant à un démarrage au sol à 15°C (figures III.1 – III.2). La remarque III.1 et l'hypothèse III.1 sont à considérer.

Une fuite externe est modélisée, dans le banc de simulation, par un orifice à section variable (figure III.32) dont l'entrée est connectée à la sortie de la fonction hydraulique pour laquelle nous souhaitons simuler la fuite, et la sortie est connectée à l'atmosphère.

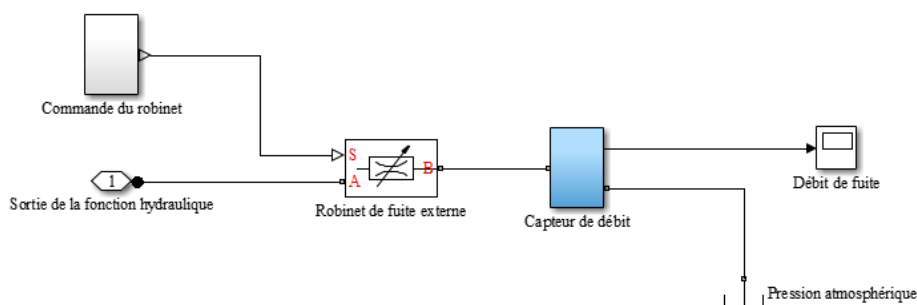


Figure III.32 – Modèle Simscape des fuites externes

L'orifice à section variable (ou robinet de fuite externe) est commandé par une ouverture donnée correspondant au niveau de fuite souhaité. Son ouverture est choisie à l'instant  $t$  d'apparition de la fuite.

Nous avons décidé de simuler l'apparition de plusieurs fuites externes à différents instants dans le banc de simulation. Le tableau III.6 indique les amplitudes et les temps d'apparition des fuites externes des fonctions hydrauliques.

fuites externes	Amplitudes (l/h)	Temps d'injection (s)
Fuite externe pompe BP	5	15
Fuite externe pompe HP	10	20
Fuite externe clapet- $\Delta P$	10	25
Fuite externe doseur	5	30
Fuite externe CNA	5	35

Tableau III.6 – Amplitudes et temps d'injection des fuites externes

Pour les amplitudes du tableau III.6, les ouvertures des robinets de fuites sont fixées pour un régime stabilisé de  $NG$  (8 088  $tr/min$ ). En régime transitoire, les débits de fuite évoluent comme le montre la figure III.33. Ils ne peuvent être contrôlés car ils sont influencés par la variation des pressions dans le circuit dues à l'évolution des consignes d'entrée.

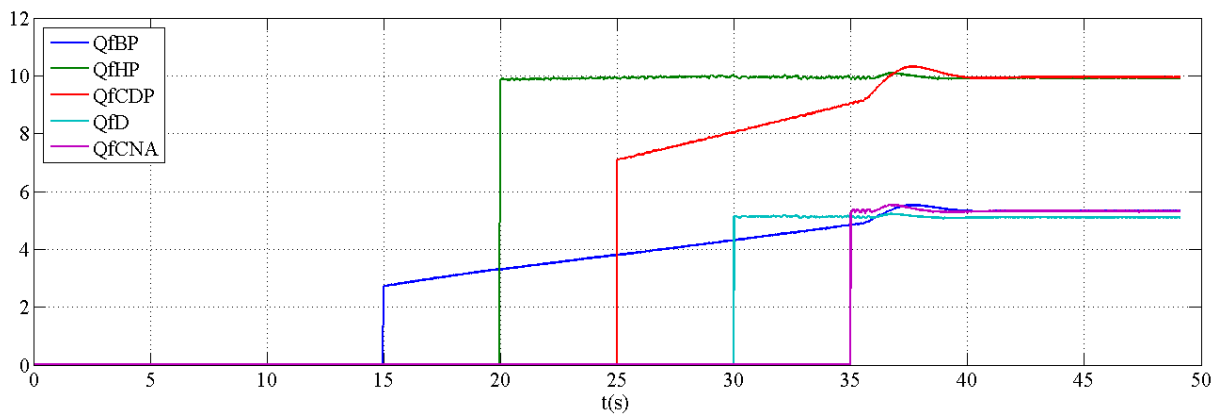


Figure III.33 – Courbes des débits (l/h) de fuites externes issus du banc de simulation

A partir des consignes d'entrées et des variables de pressions différentielles générées par le banc de simulation, nous appliquons la méthode de diagnostic des fuites externes en calculant les résidus  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_5$  et  $R_6$  des équations (III.37), (III.41), (III.53) et (III.54) respectivement.

Dans la figure III.34, nous avons tracé l'évolution des signaux de résidus obtenus.

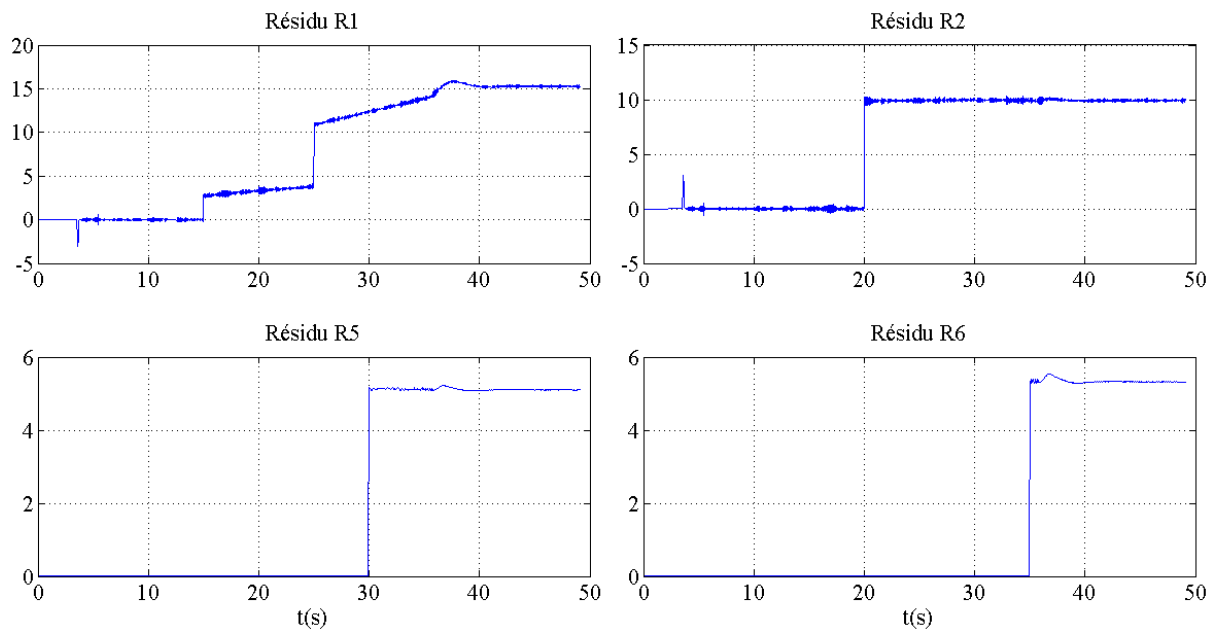


Figure III.34 – Signaux de résidus ( $l/h$ ) pour la détection et la localisation des fuites externes.

Nous constatons, dans la figure III.34, que les quatre signaux de résidus sont affectés chacun par au moins une fuite externe. Les signaux de résidus  $R_2$ ,  $R_5$  et  $R_6$  sont respectivement sensibles aux fuites externes de la pompe HP, du doseur et du CNA. Le signal de résidu  $R_1$  est sensible aux fuites externes de la pompe BP et du clapet- $\Delta P$ . Les résultats obtenus confirment les données de la table des signatures théoriques du tableau III.5.

### III.3.2.3 Conclusion

Dans cette sous-section, nous avons présenté la méthode de diagnostic des fuites externes basée sur la méthode de l'espace de parité. Les signaux de résidus sont construits à partir des relations d'inter-redundance statiques du modèle du circuit carburant.

Une application numérique a été réalisée et les signaux de résidus obtenus par simulation permettent la détection des fuites externes. En cas d'apparition de fuites externes multiples, il est possible de localiser toutes les fuites externes sauf celles de la pompe BP et du clapet- $\Delta P$  car elles affectent un seul et même résidu.

## III.4 Diagnostic avec une dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre du clapet- $\Delta P$

Dans cette section, nous présentons deux stratégies de détection des défauts. La première stratégie est basée sur la synthèse de filtres non linéaires construits à partir des modèles des sous-espaces d'état (obtenus par découplage) insensibles aux défauts. La seconde stratégie est basée sur le concept de platitude différentielle. Ces stratégies nécessitent de mettre le modèle du circuit sous forme de représentation d'état. L'utilisation d'une dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre du clapet- $\Delta P$  permet de répondre à cette exigence.

Les défauts dont la détection est envisagée sont ceux de la pompe HP et de la vanne de dosage. Afin d'appliquer les stratégies de détection, nous considérons les modèles de ces défauts dans la représentation d'état du modèle du circuit carburant. Les défauts des autres fonctions hydrauliques ne peuvent être représentés dans le modèle d'état du 4<sup>ème</sup> ordre.

### III.4.1 Défauts envisagés et modélisation associée

Sous l'hypothèse d'un carburant incompressible dans les conduites et pour un fonctionnement nominal du circuit carburant et en référence aux figures I.23 et I.24, nous avons :

$$Q_{HP} = Q_D + Q_A + Q_{C\Delta P} \quad (\text{III.55})$$

$$Q_D = Q_X + Q_{CNA} \quad (\text{III.56})$$

La présence d'une fuite externe dans une fonction hydraulique (y compris une fuite interne de la pompe HP) se traduit par une perte de débit en sortie de celle-ci telle que pour  $i = HP$  ou  $D$  :

$$Q_i = Q_i^{nom} - Q_{fi} \quad (\text{III.57})$$

En considérant les modèles des fuites, les débits dans les chambres du clapet peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$Q_X = Q_D^{nom} - Q_{CNA}^{nom} - Q_{fD} \quad (\text{III.58})$$

$$Q_A = Q_{HP}^{nom} - Q_D^{nom} - Q_{C\Delta P}^{nom} - Q_{fiHP} - Q_{feHP} \quad (\text{III.59})$$

Où  $Q_{fD}$ ,  $Q_{fiHP}$  et  $Q_{feHP}$  sont respectivement les débits de fuite externe du doseur, des fuites interne et externe de la pompe HP.

A partir du modèle d'état nominal (I.64) et en considérant :

- comme vecteur d'état :

$$x = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4)^T = (x_d \ \dot{x}_d \ PSD \ PSHP)^T \quad (III.60)$$

- comme vecteur d'entrée :

$$u = (u_1 \ u_2)^T = (NG \ S_{fictive}(XR))^T \quad (III.61)$$

- et comme vecteur de défaut :

$$f = (f_1 \ f_2 \ f_3)^T = (Q_{fiHP} \ Q_{feHP} \ Q_{fD})^T \quad (III.62)$$

le modèle d'état défaillant se met sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{\sigma_2}{m}x_2 + \frac{S_m}{m}(x_4 - x_3) - \frac{kx_0}{m} \\ \dot{x}_3 = \frac{B_{ead}(x_3)}{V_{x_{30}} - S_mx_1} (S_mx_2 + Q_D^{nom}(x_3, x_4, u_2) - Q_{CNA}^{nom}(x_3) - f_3) \\ \dot{x}_4 = \frac{B_{ead}(x_4)}{V_{x_{40}} + S_mx_1} (-S_mx_2 + Q_{HP}^{nom}(x_4, u_1) - Q_D^{nom}(x_3, x_4, u_2) - Q_{CDP}^{nom}(x_1, x_4) - f_1 - f_2) \end{cases} \quad (III.63)$$

avec les débits nominaux des fonctions hydrauliques exprimés, sous l'hypothèse d'un écoulement turbulent du carburant, par :

$$Q_D^{nom}(x_3, x_4, u_2) = u_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} |x_4 - x_3| \cdot \text{sign}(x_4 - x_3)} \quad (III.64)$$

$$Q_{CNA}^{nom}(x_3) = C_{d_{CNA}} \cdot S_{p_{CNA}}(x_3) \sqrt{\frac{2}{\rho} |x_3 - PSCNA| \cdot \text{sign}(x_3 - PSCNA)} \quad (III.65)$$

$$Q_{HP}^{nom}(x_4, u_1) = C_y \cdot u_1 - k_f^{nom}(x_4 - PSBP) \quad (III.66)$$

$$Q_{CDP}^{nom}(x_1, x_4) = C_{d_{CDP}} \cdot S_{p_{CDP}}(x_1) \sqrt{\frac{2}{\rho} |x_3 - PSBP| \cdot \text{sign}(x_3 - PSBP)} \quad (III.67)$$

où les sections de passage  $S_{p_{CNA}}(x_3)$  du CN et  $S_{p_{CDP}}(x_1)$  du clapet-ΔP sont respectivement données par les équations (I.46) et (I.44). Les paramètres des fonctions hydrauliques sont donnés dans le chapitre I.

Les pressions  $PSCNA$  et  $PSBP$  sont considérées comme des paramètres variant dans le temps dont les valeurs sont mesurées.

### III.4.2 Découplage et génération de résidus à base de filtres

La stratégie proposée pour la détection et la localisation des défauts  $f$ , schématisée dans la figure III.35, est basée sur la synthèse d'un banc (de type GOS) de filtres construits à partir des modèles des sous-espaces d'état (obtenus par découplage) insensibles aux défauts.

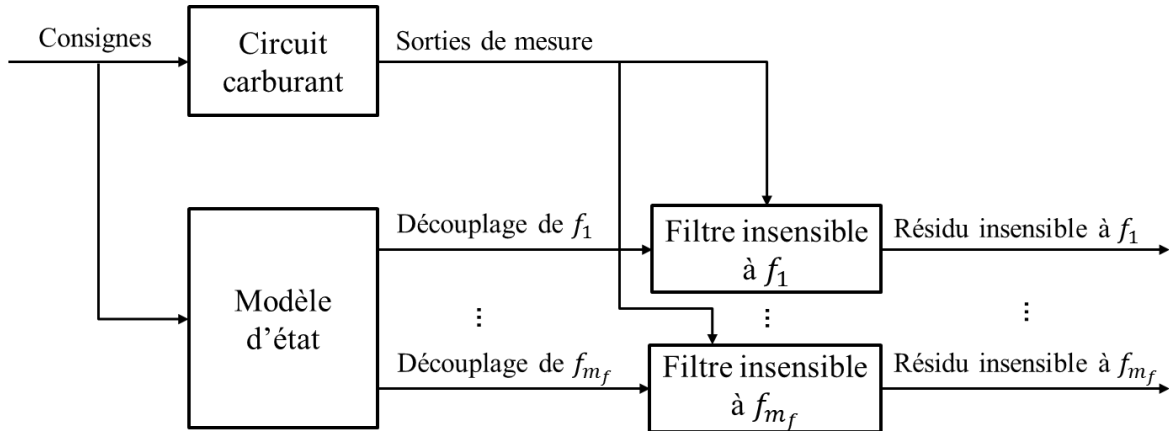


Figure III.35 – Schéma de synthèse d'un banc de filtres (GOS) après découplage

Le découplage est réalisé à l'aide de l'approche analytique présentée dans la section II.4.1 du chapitre II.

#### III.4.2.1 Découplage

En considérant le vecteur des sorties de mesure  $y = (y_1 \ y_2)^T = (x_3 \ x_4)^T$ , nous procédons au calcul des plus petits indices caractéristiques modifiés (équation II.12) associés aux composants du vecteur de défaut  $f$  :

$$\rho_{m_{y_2}}^{f_1} = \rho_{m_{y_2}}^{f_2} = 1 \quad (\text{III.68})$$

$$\rho_{m_{y_1}}^{f_3} = 1 \quad (\text{III.69})$$

Nous constatons l'égalité entre les indices associés aux défauts  $f_1, f_2$  (utilisant la sortie  $y_2$ ). Les procédures de découplage de ces défauts mèneront à l'obtention du même sous-espace d'état insensible à ces deux défauts. De ce fait, nous regroupons ces défauts en un seul défaut décrits par :

$$F_1 = f_1 + f_2 \quad (\text{III.70})$$

Nous procédons maintenant aux découplages des défauts  $F_1$  et  $f_3$ .



➤ **Découplage du défaut  $F_1$  :**

L'indice caractéristique associé au défaut  $F_1$  est  $\rho_{m y_2}^{F_1} = 1$ . Le difféomorphisme est donc construit à partir de la sortie  $y_2$  :

$$\zeta^1 = \begin{pmatrix} \zeta_1^1 \\ -\frac{\zeta_1^1}{\zeta_2^1} \\ \zeta_3^1 \\ \zeta_4^1 \end{pmatrix} = \Phi_{F_1}(x, u) = \begin{pmatrix} y_2 \\ -\frac{y_2}{\phi_{F_1}(x, u)} \\ \phi_{F_1}(x, u) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_4 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (\text{III.71})$$

Dans ce nouveau système de coordonnées, le modèle d'état (III.63) s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1^1 = \frac{B_{ead}(\zeta_1^1)}{V_{x_{40}} + S_m \zeta_2^1} (-S_m \zeta_3^1 + Q_{HP}^{nom}(\zeta_1^1, u_1) - Q_D^{nom}(\zeta_1^1, \zeta_4^1, u_2) - Q_{C\Delta P}^{nom}(\zeta_1^1, \zeta_2^1) - F_1) \\ \dot{\zeta}_2^1 = \zeta_3^1 \\ \dot{\zeta}_3^1 = -\frac{k}{m} \zeta_2^1 - \frac{\sigma_2}{m} \zeta_3^1 + \frac{S_m}{m} (\zeta_1^1 - \zeta_4^1) - \frac{kx_0}{m} \\ \dot{\zeta}_4^1 = \frac{B_{ead}(\zeta_4^1)}{V_{x_{30}} - S_m \zeta_2^1} (S_m \zeta_3^1 + Q_D^{nom}(\zeta_1^1, \zeta_4^1, u_2) - Q_{CNA}^{nom}(\zeta_4^1) - f_3) \\ y_{1_{\zeta^1}} = \zeta_4^1 \\ y_{2_{\zeta^1}} = \zeta_1^1 \end{cases} \quad (\text{III.72})$$

A l'aide d'une injection de sortie dans les équations des états ( $\zeta_2^1$ ,  $\zeta_3^1$  et  $\zeta_4^1$ ), en remplaçant l'état  $\zeta_1^1$  par la sortie  $y_2$  conformément à l'équation (III.71), le modèle (III.72) se réécrit :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1^1 = \frac{B_{ead}(\zeta_1^1)}{V_{x_{40}} + S_m \zeta_2^1} (-S_m \zeta_3^1 + Q_{HP}^{nom}(\zeta_1^1, u_1) - Q_D^{nom}(\zeta_1^1, \zeta_4^1, u_2) - Q_{C\Delta P}^{nom}(\zeta_1^1, \zeta_2^1) - F_1) \\ \dot{\zeta}_2^1 = \zeta_3^1 \\ \dot{\zeta}_3^1 = -\frac{k}{m} \zeta_2^1 - \frac{\sigma_2}{m} \zeta_3^1 + \frac{S_m}{m} (y_2 - \zeta_4^1) - \frac{kx_0}{m} \\ \dot{\zeta}_4^1 = \frac{B_{ead}(\zeta_4^1)}{V_{x_{30}} - S_m \zeta_2^1} (S_m \zeta_3^1 + Q_D^{nom}(y_2, \zeta_4^1, u_2) - Q_{CNA}^{nom}(\zeta_4^1) - f_3) \\ y_{1_{\zeta^1}} = \zeta_4^1 \\ y_{2_{\zeta^1}} = \zeta_1^1 \end{cases} \quad (\text{III.73})$$

Ainsi, le modèle du sous-espace d'état  $\zeta^1 = (\zeta_2^1 \quad \zeta_3^1 \quad \zeta_4^1)^T$  insensible au défaut  $F_1$  est donné par :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}^1 = f(\zeta^1, u_2) \\ y_{1_{\zeta^1}} = \zeta_4^1 \end{cases} \quad (\text{III.74})$$

avec :

$$f(\zeta^1, u_2) = \begin{pmatrix} -\frac{k}{m}\zeta_2^1 - \frac{\sigma_2}{m}\zeta_3^1 + \frac{S_m}{m}(y_2 - \zeta_4^1) - \frac{kx_0}{m} \\ \frac{B_{ead}(\zeta_4^1)}{V_{x_{3_0}} - S_m\zeta_2^1} (S_m\zeta_3^1 + Q_D^{nom}(y_2, \zeta_4^1, u_2) - Q_{CNA}^{nom}(\zeta_4^1) - f_3) \end{pmatrix} \quad (III.75)$$

➤ **Découplage du défaut  $f_3$  :**

L'indice caractéristique associé au défaut  $f_3$  est  $\rho_{m_{y_1}}^{f_3} = 1$ . Le difféomorphisme est donc construit à partir de la sortie  $y_1$  :

$$\zeta^2 = \begin{pmatrix} \zeta_1^2 \\ -\frac{\zeta_1^2}{\zeta_2^2} \\ \zeta_3^2 \\ \zeta_4^2 \end{pmatrix} = \Phi_{F_2}(x, u) = \begin{pmatrix} y_1 \\ -\frac{y_1}{\phi_{F_2}(x, u)} \\ \phi_{F_2}(x, u) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_3 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_4 \end{pmatrix} \quad (III.76)$$

Dans ce nouveau système de coordonnées, le modèle d'état (III.63) s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1^2 = \frac{B_{ead}(\zeta_1^2)}{V_{x_{3_0}} - S_m\zeta_2^2} (S_m\zeta_3^2 + Q_D^{nom}(\zeta_1^2, \zeta_4^2, u_2) - Q_{CNA}^{nom}(\zeta_1^2) - f_3) \\ \dot{\zeta}_2^2 = \zeta_3^2 \\ \dot{\zeta}_3^2 = -\frac{k}{m}\zeta_2^2 - \frac{\sigma_2}{m}\zeta_3^2 + \frac{S_m}{m}(\zeta_4^2 - \zeta_1^2) - \frac{kx_0}{m} \\ \dot{\zeta}_4^2 = \frac{B_{ead}(\zeta_4^2)}{V_{x_{4_0}} + S_m\zeta_2^2} (-S_m\zeta_3^2 + Q_{HP}^{nom}(u_1, \zeta_4^2) - Q_D^{nom}(\zeta_1^2, \zeta_4^2, u_2) - Q_{CAP}^{nom}(\zeta_2^2, \zeta_4^2) - F_1) \\ y_{1_{\zeta^2}} = \zeta_1^2 \\ y_{2_{\zeta^2}} = \zeta_4^2 \end{cases} \quad (III.77)$$

A l'aide d'une injection de sortie dans les équations des états ( $\zeta_2^2$ ,  $\zeta_3^2$  et  $\zeta_4^2$ ), en remplaçant l'état  $\zeta_1^2$  par la sortie  $y_1$  conformément à l'équation (III.76), le modèle (III.77) se réécrit :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1^2 = \frac{B_{ead}(\zeta_1^2)}{V_{x_{30}} - S_m \zeta_2^2} (S_m \zeta_3^2 + Q_D^{nom}(\zeta_1^2, \zeta_4^2, u_2) - Q_{CNA}^{nom}(\zeta_1^2) - f_3) \\ \dot{\zeta}_2^2 = \zeta_3^2 \\ \dot{\zeta}_3^2 = -\frac{k}{m} \zeta_2^2 - \frac{\sigma_2}{m} \zeta_3^2 + \frac{S_m}{m} (\zeta_4^2 - y_1) - \frac{kx_0}{m} \\ \dot{\zeta}_4^2 = \frac{B_{ead}(\zeta_4^2)}{V_{x_{40}} + S_m \zeta_2^2} (-S_m \zeta_3^2 + Q_{HP}^{nom}(u_1, \zeta_4^2) - Q_D^{nom}(y_1, \zeta_4^2, u_2) - Q_{CAP}^{nom}(\zeta_2^2, \zeta_4^2) - F_1) \\ y_{1_{\zeta^2}} = \zeta_1^2 \\ y_{2_{\zeta^2}} = \zeta_4^2 \end{cases} \quad (III.78)$$

Ainsi, le modèle du sous-espace d'état  $\zeta^2 = (\zeta_2^2 \quad \zeta_3^2 \quad \zeta_4^2)^T$  insensible au défaut  $f_5$  est donné par :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}^2 = f(\zeta^2, u) \\ y_{2_{\zeta^2}} = \zeta_4^2 \end{cases} \quad (III.79)$$

avec :

$$f(\zeta^2, u) = \begin{pmatrix} \zeta_3^2 \\ -\frac{k}{m} \zeta_2^2 - \frac{\sigma_2}{m} \zeta_3^2 + \frac{S_m}{m} (\zeta_4^2 - y_1) - \frac{kx_0}{m} \\ \frac{B_{ead}(\zeta_4^2)}{V_{x_{40}} + S_m \zeta_2^2} (-S_m \zeta_3^2 + Q_{HP}^{nom}(u_1, \zeta_4^2) - Q_D^{nom}(y_1, \zeta_4^2, u_2) - Q_{CAP}^{nom}(\zeta_2^2, \zeta_4^2) - F_1) \end{pmatrix} \quad (III.80)$$

A partir des deux modèles des sous espaces d'état (III.74) et (III.79), nous construisons des filtres de Kalman étendus pour la génération des signaux de résidus sous l'hypothèse de modules de compressibilité ( $B_{ead}(\zeta_4^1) = B_{ead}(\zeta_4^2) = B_{ead}$ ) constants dans les chambres du clapet- $\Delta P$ .

### III.4.2.2 Génération de résidus par filtres de Kalman étendus

Deux signaux de résidus  $r_1$  et  $r_2$  respectivement isolateurs des défauts  $f_3$  et  $F_1$  peuvent être générés en utilisant les filtres de Kalman étendus  $EKF_{f_3}$  et  $EKF_{F_1}$  respectivement construits à partir des modèles (III.74) et (III.79), tels que :

$$EKF_{f_3} : \begin{cases} \dot{\hat{\zeta}}^1 = f(\hat{\zeta}^1, u_2) + K_1(y_1 - \hat{\zeta}_4^1) \\ \hat{y}_{1_{\zeta^1}} = \hat{\zeta}_4^1 \\ r_1 = y_1 - \hat{y}_{1_{\zeta^1}} \end{cases} \quad (\text{III.81})$$

$$EKF_{F_1} : \begin{cases} \dot{\hat{\zeta}}^2 = f(\hat{\zeta}^2, u) + K_2(y_2 - \hat{\zeta}_4^2) \\ \hat{y}_{2_{\zeta^2}} = \hat{\zeta}_4^2 \\ r_2 = y_2 - \hat{y}_{2_{\zeta^2}} \end{cases} \quad (\text{III.82})$$

Ces filtres sont construits en suivant les étapes (équations (II.76)-(II.78)) présentés dans la section II.5.4. Afin de résoudre l'équation de Riccati pour chaque filtre et déterminer le gain de Kalman, nous avons calculé les matrices de dérivation partielles autour de l'état estimé pour chaque modèle.

Nous obtenons pour le modèle (III.74) les matrices suivantes :

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{\sigma_2}{m} & -\frac{S_m}{m} \\ A_{131} & A_{132} & A_{133} \end{pmatrix} \quad C_1 = (0 \quad 0 \quad 1)$$

$$Q_1 = Id(3 \times 3) \quad R_1 = 1 \quad (\text{III.83})$$

avec :

$$\left\{ \begin{aligned} A_{131} &= \frac{B_{ead} S_m}{(V_{x_{30}} - S_m \hat{\zeta}_2^1)^2} (S_m \hat{\zeta}_3^1 + Q_D^{nom}(y_2, \hat{\zeta}_4^1, u_2) - Q_{CNA}^{nom}(\hat{\zeta}_4^1)) \\ A_{132} &= \frac{B_{ead} S_m}{V_{x_{30}} - S_m \hat{\zeta}_2^1} \\ A_{133} &= -\frac{B_{ead} S_m}{V_{x_{30}} - S_m \hat{\zeta}_2^1} u_2 \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{\text{sign}(y_2 - \hat{\zeta}_4^1)}{2\sqrt{|y_2 - \hat{\zeta}_4^1|}} \\ &\quad - \frac{B_{ead} S_m}{V_{x_{30}} - S_m \hat{\zeta}_2^1} \left. \frac{\partial S_{p_{CNA}}(\zeta_4^1)}{\partial \zeta_4^1} \right|_{\hat{\zeta}_4^1} C_{d_{CNA}} \sqrt{\frac{2}{\rho}} |\hat{\zeta}_4^1 - PSCNA| \cdot \text{sign}(\hat{\zeta}_4^1 - PSCNA) \\ &\quad - \frac{B_{ead} S_m}{V_{x_{30}} - S_m \hat{\zeta}_2^1} C_{d_{CNA}} S_{p_{CNA}}(\hat{\zeta}_4^1) \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{\text{sign}(\hat{\zeta}_4^1 - PSCNA)}{2\sqrt{|\hat{\zeta}_4^1 - PSCNA|}} \end{aligned} \right. \quad (\text{III.84})$$

où :

$$\left. \frac{\partial S_{p_{CNA}}(\zeta_4^1)}{\partial \zeta_4^1} \right|_{\hat{\zeta}_4^1} = \begin{cases} 0 & \hat{\zeta}_4^1 - PSCNA \leq \Delta P_{ouv_{CNA}} \\ 0 & \hat{\zeta}_4^1 - PSCNA \geq \Delta P_{max_{CNA}} \\ \frac{S_{max_{CNA}} - S_{f_{CNA}}}{\Delta P_{max_{CNA}} - \Delta P_{ouv_{CNA}}} & \Delta P_{ouv_{CNA}} < \hat{\zeta}_4^1 - PSCNA < \Delta P_{max_{CNA}} \end{cases} \quad (III.85)$$

Nous obtenons pour le modèle (III.79) les matrices suivantes :

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{\sigma_2}{m} & \frac{S_m}{m} \\ A_{231} & A_{232} & A_{233} \end{pmatrix} \quad C_2 = (0 \quad 0 \quad 1) \quad (III.86)$$

$$Q_2 = Id(3 \times 3) \quad R_2 = 1$$

avec :

$$\left\{ \begin{aligned} A_{231} &= \frac{-B_{ead} S_m}{(V_{x_{40}} + S_m \hat{\zeta}_2^2)^2} \left( -S_m \hat{\zeta}_3^2 + Q_{HP}^{nom}(\hat{\zeta}_4^2, u_1) - Q_D^{nom}(\hat{\zeta}_4^2, y_1, u_2) - Q_{CNA}^{nom}(\hat{\zeta}_2^2, \hat{\zeta}_4^2) \right) \\ &\quad + \frac{B_{ead}}{V_{x_{40}} + S_m \hat{\zeta}_2^2} C_{d_{CAP}} \frac{S_{max_{CAP}}}{x_{max}} \sqrt{\frac{2}{\rho}} |\hat{\zeta}_4^2 - PSBP| \cdot \text{sign}(\hat{\zeta}_4^2 - PSBP) \\ A_{232} &= \frac{-B_{ead} S_m}{V_{x_{40}} + S_m \hat{\zeta}_2^2} \\ A_{233} &= -\frac{B_{ead} S_m}{V_{x_{40}} + S_m \hat{\zeta}_2^2} k_f^{nom} - \frac{B_{ead} S_m}{V_{x_{40}} + S_m \hat{\zeta}_2^2} u_2 \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{\text{sign}(\hat{\zeta}_4^2 - y_1)}{2\sqrt{|\hat{\zeta}_4^2 - y_1|}} \\ &\quad - \frac{B_{ead} S_m}{V_{x_{40}} + S_m \hat{\zeta}_2^2} C_{d_{CAP}} \left( \hat{\zeta}_2^2 \frac{S_{max_{CAP}}}{x_{max}} + S_{f_{CAP}} \right) \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{\text{sign}(\hat{\zeta}_4^2 - PSBP)}{2\sqrt{|\hat{\zeta}_4^2 - PSBP|}} \end{aligned} \right. \quad (III.87)$$

Dans le paragraphe suivant, nous appliquons numériquement les deux filtres de Kalman en présence d'une fuite externe du doseur  $f_3$  et des fuites interne  $f_1$  et externe  $f_2$  de la pompe HP.

### III.4.2.3 Application numérique

Le modèle Simscape du circuit carburant est utilisé comme banc de simulation pour simuler les fuites et générer les variables nécessaires à l'application des filtres. Les simulations sont réalisées sous l'hypothèse d'un carburant incompressible dans les conduites et pour un écoulement turbulent dans le circuit. Les variables d'entrée ( $NG$ ,  $XR$  et  $P3$ ) du banc de simulation sont issues des données d'essais expérimentaux CEPR correspondant à un démarrage au sol à  $15^{\circ}\text{C}$  (figures III.1 – III.2). La remarque III.1 et l'hypothèse III.1 sont à considérer. Le module de compressibilité (adiabatique) effectif  $B_{ead}$  dans les chambres du clapet est choisi égal à  $300\text{ MPa}$ .

Les deux filtres sont implantés sous l'outil "Simulink". Les densités spectrales de puissance des bruits d'état et de mesure, nécessaires à la résolution de l'équation de Riccati, sont choisies en fonction des écarts constatés entre les variables d'état du modèle "Simulink" du circuit carburant et celles du banc de simulation (Simscape). Les valeurs attribuées à ces densités pour les deux filtres sont les suivantes :

$$W = \begin{pmatrix} 10^{-6}\text{m}^2.s & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-2}(\text{m}^2/\text{s}^2).s & 0 \\ 0 & 0 & 10^6\text{Pa}^2.s \end{pmatrix} \quad V = 10^8\text{Pa}^2.s \quad (\text{III.88})$$

Les valeurs initiales de la matrice de covariance  $P(t_0)$  de l'erreur d'estimation et de l'état estimé  $\hat{\zeta}(t_0)$  sont choisies nulles pour les deux filtres.

Les fuites sont modélisées, dans le banc de simulation, par un orifice à section variable (figure III.32). Pour la fuite interne de la pompe HP, la sortie de l'orifice est connectée à l'entrée de la pompe HP. Nous avons décidé de simuler l'apparition des fuites à différents instants dans le banc de simulation. Le tableau III.7 indique leurs amplitudes et leurs temps d'apparition.

fuites externes	Amplitudes (l/h)	Temps d'injection (s)
Fuite interne pompe HP	5	15
Fuite externe pompe HP	10	25
Fuite externe doseur	5	35

Tableau III.7 – Amplitudes et temps d'injection des fuites

A partir des consignes d'entrées et des variables de pressions générées par le banc de simulation (auxquelles un bruit blanc est ajouté d'une amplitude de  $10^4\text{ Pa}$ ), nous appliquons les filtres de Kalman  $EKF_{f_3}$  et  $EKF_{F_1}$  pour générer les résidus  $r_1$  et  $r_2$ . Dans la figure III.36, nous avons tracé l'évolution des signaux des résidus après filtrage par un passe-bas avec une

fréquence de 100 Hz. Les courbes sont tracées à partir de l'instant  $t = 5s$  correspondant au temps nécessaire pour l'établissement des consignes.

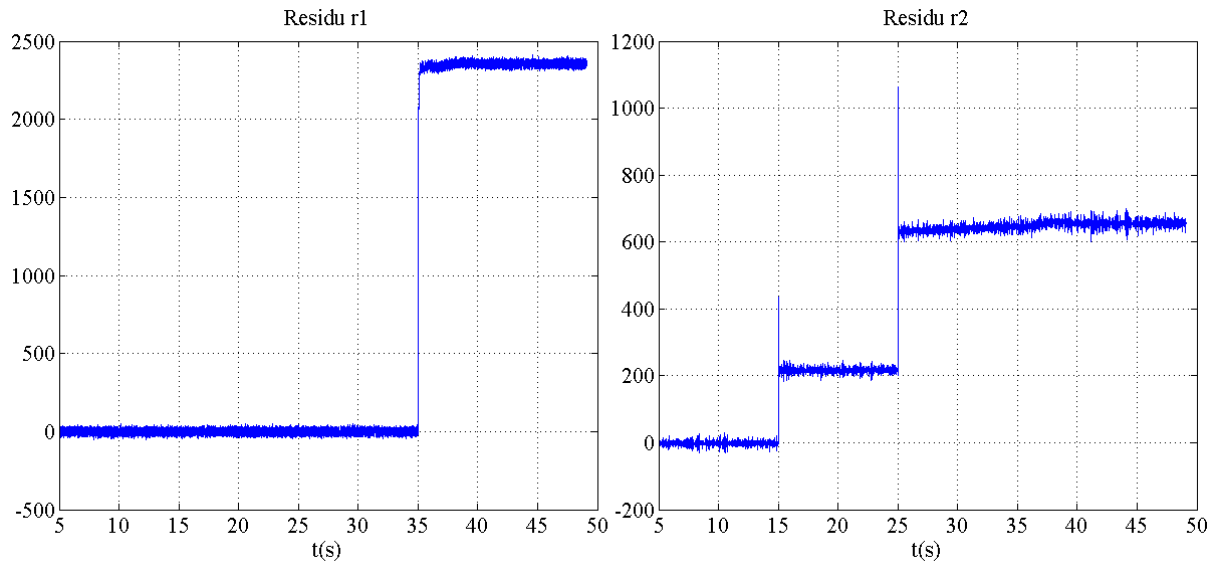


Figure III.36 – Signaux de résidus (Pa) obtenus par filtres de Kalman étendus.

Nous constatons, dans la figure III.36, la sensibilité du résidu  $r_1$  à la fuite externe du doseur (défaut  $f_3$ ) et la sensibilité du résidu  $r_2$  aux fuites interne et externes de la pompe HP (défauts  $f_1$  et  $f_2$ ).

#### III.4.2.4 Conclusion

Dans cette sous-section, nous avons présenté une méthode de diagnostic des fuites externes du doseur et des fuites internes et externes de la pompe HP en utilisant deux variables de pressions comme sorties du modèle. Cette stratégie est basée sur la construction de deux filtres de Kalman étendus à partir de deux modèles de sous espace d'état dont l'un est découplé des fuites externes du doseur et l'autre est découplé des fuites internes et externes de la pompe HP. Les signaux de résidus générés par les filtres en simulation permettent la détection de ces fuites et leur localisation (grâce à l'étape de découplage). Cependant, nous ne pouvons dissocier une fuite interne de la pompe HP d'une fuite externe de celle-ci à cause de la distribution identique de ces deux défauts dans le modèle d'état. L'utilisation des filtres de Kalman étendu a permis la bonne estimation des variables de sortie malgré la présence de bruit.

### III.4.3 Génération de résidus à base de platitude

#### III.4.3.1 Principe

En se basant sur le concept de platitude différentielle, des signaux de résidus peuvent être générés (cf. section II.5.5.2). Pour cela, il faut que le modèle d'état (I.64) vérifie la propriété de platitude de la définition II.11.

Considérons l'ensemble des sorties plates (différentiellement indépendantes) défini par le vecteur :

$$z = (z_1 \quad z_2)^T = (x_1 \quad x_3)^T \quad (\text{III.89})$$

où les variables d'état  $x_1$  et  $x_3$  sont mesurables.

A partir des deux premières équations du modèle d'état (I.64), les états  $x_2$  et  $x_4$  sont estimés en fonction de ces sorties plates et de leurs dérivées successives :

$$\hat{x}_2 = \dot{z}_1 \quad (\text{III.90})$$

$$\hat{x}_4 = \frac{m}{S_m} \ddot{z}_1 + \frac{\sigma_2}{S_m} \dot{z}_1 + \frac{k}{m} z_1 + z_2 + \frac{kx_0}{S_m} \quad (\text{III.91})$$

A partir des deux dernières équations du modèle d'état, sous l'hypothèse de modules de compressibilité ( $B_{ead}(\zeta_4^1) = B_{ead}(\zeta_4^2) = B_{ead}$ ) constants dans les chambres du clapet- $\Delta P$ , les entrées  $u_1$  et  $u_2$  sont estimés en fonction des sorties plates et de leurs dérivées successives :

$$\hat{u}_1 = \frac{1}{Cy} \left( \frac{V_{x_{40}} + S_m z_1}{B} \dot{\hat{x}}_4 + S_m \dot{z}_1 + k_f^{nom} (\hat{x}_4 - PSBP) \right. \\ \left. + Q_D^{nom}(z_2, \hat{x}_4, \hat{u}_2) + Q_{C\Delta P}^{nom}(z_1, \hat{x}_4) \right) \quad (\text{III.92})$$

$$\hat{u}_2 = \frac{\frac{V_{x_{30}} - S_m z_1}{B} \dot{z}_2 - S_m \dot{z}_1 + Q_{CNA}^{nom}(z_2)}{\sqrt{\frac{2}{\rho}} |\hat{x}_4 - z_2| \cdot \text{sign}(\hat{x}_4 - z_2)} \quad (\text{III.93})$$

avec :

$$\dot{\hat{x}}_4 = \frac{m}{S_m} \ddot{z}_1 + \frac{\sigma_2}{S_m} \dot{z}_1 + \frac{k}{m} \dot{z}_1 + \dot{z}_2 \quad (\text{III.94})$$

Finalement, le modèle (I.64) est différentiellement plat car les équations (II.81) de la définition II.11 sont satisfaites.



Les défauts considérés dans l'équation (III.62) sont de type composant du système. Afin de détecter et isoler ces défauts, nous générons les signaux de résidus d'état selon l'équation (II.98) à partir des deux dernières équations du modèle d'état (dans lesquelles apparaissent les défauts conformément au modèle d'état défaillant de l'équation (III.63)). Nous obtenons deux signaux de résidus dont les formes de calcul sont donnés par :

$$r_{x_3} = \dot{z}_2 - \left( \frac{B}{V_{x_{30}} - S_m z_1} (S_m \dot{z}_1 + Q_D^{nom}(z_2, \hat{x}_4, u_2) - Q_{CNA}^{nom}(z_2)) \right) \quad (III.95)$$

$$r_{x_4} = \dot{\hat{x}}_4 - \left( \frac{B}{V_{x_{40}} + S_m z_1} (-S_m \dot{z}_1 + Q_{HP}^{nom}(\hat{x}_4, u_1) - Q_D^{nom}(z_2, \hat{x}_4, u_2) - Q_{CAP}^{nom}(z_1, \hat{x}_4)) \right) \quad (III.96)$$

Notons que c'est les consignes d'entrée  $u_1$  et  $u_2$  qui sont utilisées dans le calcul des équations de débits et non leur estimées.

Les signaux de résidus  $r_{x_3}$  et  $r_{x_4}$  obtenus permettent de détecter et de localiser respectivement les défauts  $f_3$  et  $F_1 = f_1 + f_2$  selon les formes d'évaluation données par :

$$\begin{pmatrix} r_{x_3} \\ r_{x_4} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -\frac{B}{V_{x_{30}} - S_m z_1} \\ -\frac{B}{V_{x_{40}} + S_m z_1} & 0 \end{pmatrix}}_{G(z)} \begin{pmatrix} F_1 \\ f_3 \end{pmatrix} \quad (III.97)$$

Etant donné que la matrice  $G(z)$  est inversible, les défauts peuvent être estimés en fonction des signaux de résidus, tels que :

$$\begin{pmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{f}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{V_{x_{40}} + S_m z_1}{B} \\ -\frac{V_{x_{30}} - S_m z_1}{B} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{x_3} \\ r_{x_4} \end{pmatrix} \quad (III.98)$$

La dérivée première de la sortie plate  $z_2$  est estimée par le différentiateur à modes glissants d'ordre 1 décrit par l'algorithme (III.12).

Les dérivées première, deuxième et troisième de la sortie plate  $z_1$  sont estimées par le différentiateur à modes glissants d'ordre 3 qui est un cas particulier du différentiateur d'ordres supérieurs décrit par l'algorithme (II.100) de la section II.6.1. Pour un signal mesuré (bruité)  $y$  et ses dérivées successives  $s_1 \dots s_n$ , le différentiateur d'ordre 3 est alors décrit, pour  $n = 3$ , par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{s}} &= -\alpha_0 |\hat{s} - s|^{\frac{3}{4}} \text{sign}(\hat{s} - s) + \hat{s}_1 \\ \dot{\hat{s}}_1 &= -\alpha_1 |\hat{s}_1 - \dot{\hat{s}}|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(\hat{s}_1 - \dot{\hat{s}}) + \hat{s}_2 \\ \dot{\hat{s}}_2 &= -\alpha_2 |\hat{s}_2 - \dot{\hat{s}}_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\hat{s}_2 - \dot{\hat{s}}_1) + \hat{s}_3 \\ \dot{\hat{s}}_3 &= -\alpha_3 \text{sign}(\hat{s}_3 - \dot{\hat{s}}_2) \end{cases} \quad (\text{III.99})$$

avec les paramètres  $\alpha_0 \dots \alpha_3$  qui dépendent de la constante de Lipschitz selon les expressions :

$$\begin{cases} \alpha_0 &= \alpha_{00} L^{\frac{1}{4}} \\ \alpha_1 &= \alpha_{01} L^{\frac{1}{3}} \\ \alpha_2 &= \alpha_{02} L^{\frac{1}{2}} \\ \alpha_3 &= \alpha_{03} L \end{cases} \quad (\text{III.100})$$

où les valeurs de réglages, proposées par Levant sont  $\alpha_{00} = 5$ ,  $\alpha_{01} = 3$ ,  $\alpha_{02} = 1,5$  et  $\alpha_{03} = 1,1$  pour un différentiateur d'ordre 3 conformément aux équations (II.102).

Dans le paragraphe suivant, nous appliquons numériquement la méthode de génération de résidus à base de platitude en présence d'une fuite externe du doseur  $f_3$  et des fuites interne  $f_1$  et externe  $f_2$  de la pompe HP.

### III.4.3.2 Application numérique

Le modèle Simscape du circuit carburant est utilisé comme banc de simulation pour simuler les fuites et générer le vecteur  $z$  des sorties plates. Les simulations sont réalisées sous l'hypothèse d'un carburant incompressible dans les conduites et pour un écoulement turbulent dans le circuit. Les variables d'entrée ( $NG$ ,  $XR$  et  $P3$ ) du banc de simulation sont issues des données d'essais expérimentaux CEPR correspondant à un démarrage au sol à  $15^\circ\text{C}$  (figures III.1 – III.2). La remarque III.1 et l'hypothèse III.1 sont à considérer. Le module de compressibilité (adiabatique) effectif  $B_{ead}$  dans les chambres du clapet est choisi égal à  $300 \text{ MPa}$ .

L'estimation des dérivées des sorties plates est réalisée à l'aide des algorithmes (III.12) et (III.99) des différentiateurs à modes glissants d'ordre 1 et 3 avec les valeurs des constantes de Lipschitz suivantes :

$$\begin{cases} L_{z_1} = 10^{-1} \\ L_{z_2} = 10^5 \end{cases} \quad (\text{III.101})$$

Ces valeurs ont été choisies par itération afin de satisfaire le compromis entre la précision d'estimation et la robustesse au bruit.

Les amplitudes et temps d'injection des fuites, modélisées dans le banc de simulation, sont donnés par le tableau III.7.

A partir des consignes d'entrées et des sorties plates générées par le banc de simulation (auxquelles des bruit blanc sont ajoutés d'une amplitude de  $10^{-5} m$  pour  $z_1$  et de  $10^4 Pa$  pour  $z_2$ ,  $PSBP$  et  $PSCNA$ ), les signaux de résidus  $r_{x_3}$  et  $r_{x_4}$  sont générés à l'aide des équations (III.95) et (III.96). Dans la figure III.37, nous avons tracé l'évolution de ces signaux après filtrage par un passe-bas avec une fréquence de  $10 Hz$ . Les courbes sont tracées à partir de l'instant  $t = 5s$  correspondant au temps nécessaire pour l'établissement des consignes.

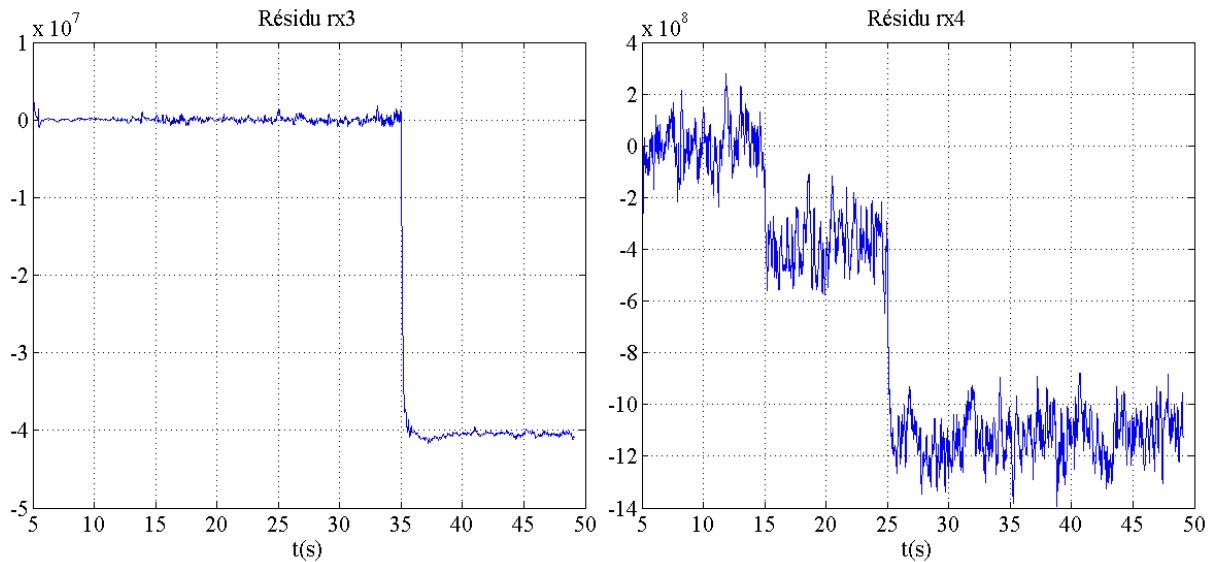


Figure III.37 – Signaux de résidus d'état (Pa/s) obtenus par platitude.

Nous constatons, dans la figure III.37, la sensibilité du résidu  $r_{x_3}$  à la fuite externe du doseur (défaut  $f_3$ ) et la sensibilité du résidu  $r_{x_4}$  aux fuites interne et externes de la pompe HP (défauts  $f_1$  et  $f_2$ ). Les signaux de résidus sont négatifs car les défauts sont de signe négatif dans les formes d'évaluation (équation (III.97)) des résidus.

A partir de l'équation (III.98), les débits de fuite sont estimés et leur évolution est tracée dans la figure III.38 après filtrage par un passe-bas avec une fréquence de 10 Hz.

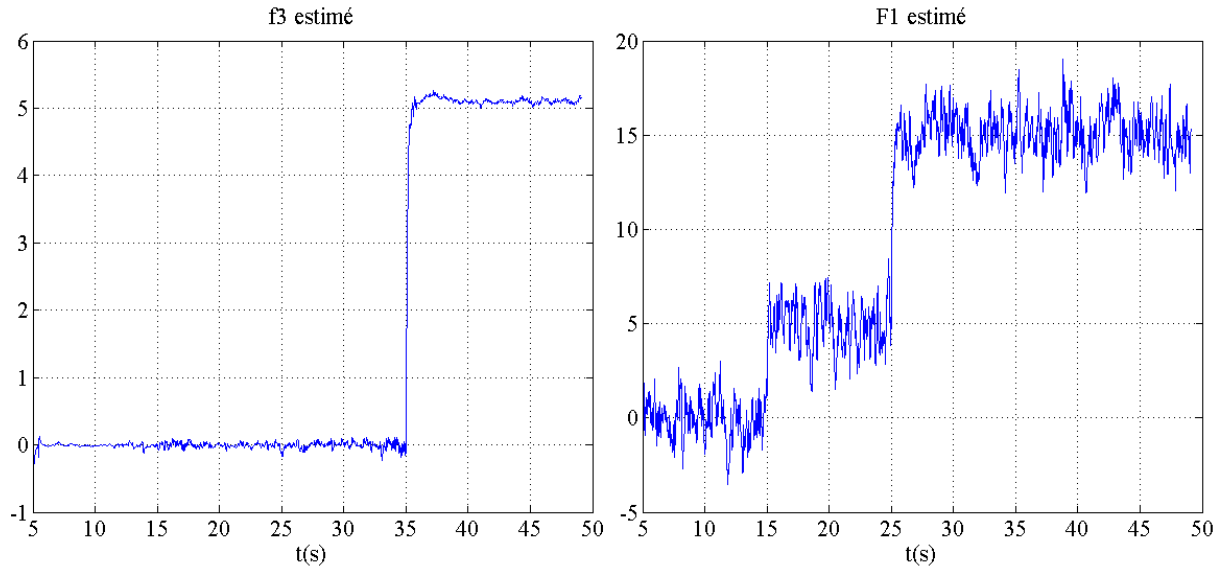


Figure III.38 – Débits de fuite (l/h) estimés par platitude.

Nous constatons, dans la figure III.38, l'estimation précise de l'amplitude du débit de fuite externe du doseur (défaut  $f_3$ ) et des amplitudes des débits de fuites interne et externes de la pompe HP (défaut  $F_1 = f_1 + f_2$ ).

### III.4.3.3 Conclusion

Dans cette sous-section, nous avons présenté une méthode de diagnostic des fuites externes du doseur et des fuites internes et externes de la pompe HP en utilisant la propriété de platitude différentielle. En se basant sur le vecteur de sorties plates  $z = (x_1 \ x_3)^T$ , nous avons générés les signaux de résidus d'état  $r_{x_3}$  et  $r_{x_4}$  respectivement isolateurs des défauts  $f_3$  et  $F_1$ . De plus, ces défauts ont pu être précisément estimés à partir de la forme d'évaluation des résidus.

Un autre ensemble de sorties plates défini par le vecteur  $z^* = (x_1 \ x_4)^T$  permet également de vérifier la propriété de platitude du modèle d'état. Ce vecteur mène à l'obtention de deux signaux de résidus dont les propriétés sont équivalentes à celles des résidus  $r_{x_3}$  et  $r_{x_4}$ .

## III.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre l'application de différentes méthodes de diagnostic, proposées dans la chapitre II, au système du circuit carburant. Après la validation du modèle du circuit carburant à partir des retours d'expérience de Turbomeca, nous avons présenté et appliqué quatre méthodes de diagnostic en se basant principalement sur des mesures de pressions satisfaisant ainsi les objectifs du cahier des charges.

Les deux premières méthodes de diagnostic sont appliquées au modèle du circuit avec une dynamique du 1<sup>er</sup> ordre du clapet- $\Delta P$ . L'application de ces deux méthodes nécessite la mesure des pressions et la mesure ou l'estimation du déplacement du piston du clapet- $\Delta P$ . Les deux dernières méthodes de diagnostic sont appliquées au modèle du circuit avec une dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre du clapet- $\Delta P$ . Cet ordre de dynamique permet de mettre le modèle sous forme de représentation d'état et ainsi satisfaire aux conditions et hypothèses propres à chaque méthode.

La première méthode de diagnostic, basée sur l'estimation paramétrique linéaire ou non linéaire, permet la détection des fuites internes de la pompe HP. L'application numérique de cette méthode a donnée des résultats de détection satisfaisants. En revanche, nous n'avons pas pu valider ces méthodes de diagnostic à partir des mesures expérimentales issues d'un banc d'essais partiel HMU. Le modèle du 1<sup>er</sup> ordre du clapet- $\Delta P$  basé sur les essais des CCT ne permettait pas d'obtenir une bonne estimation de son déplacement. Une solution a été proposée qui consiste à identifier un nouveau modèle de fonction de transfert à partir des mesures expérimentales. Cependant, les résultats obtenus par ce modèle ne sont pas satisfaisants pour un fonctionnement en présence de fuite interne. A cause du bruit élevé que présente la pression différentielle  $\Delta P_D$  (utilisée comme entrée du modèle de fonction de transfert), les valeurs du déplacement estimé du clapet- $\Delta P$  en présence de fuite ne correspondent pas aux valeurs expérimentales. Afin de pouvoir utiliser l'approche proposée avec ce modèle, il faudrait mesurer directement la pression différentielle  $\Delta P_D$  avec un capteur dont le bruit de mesure soit inférieur à 1 kPa.

L'analyse des mesures de pressions en présence de fuites injectées à  $t = 0s$  a révélée l'existence d'un lien entre le temps de montée des pressions  $PSHP$  et le niveau des fuites internes. Une nouvelle approche de détection des fuites internes basée sur ce temps de montée des pressions  $PSHP$  a été proposée.

La deuxième méthode, utilisant l'espace de parité, permettrait la détection et la localisation des fuites externes des fonctions hydrauliques suivantes : les pompes BP/HP, la vanne de dosage, le clapet- $\Delta P$  et le CNA. L'application numérique de cette méthode a donnée des résultats de détection satisfaisants. En cas d'apparition de fuites externes multiples, il est possible de localiser toutes les fuites externes sauf celles de la pompe BP et du clapet- $\Delta P$  car elles affectent un seul et même résidu.

La troisième méthode, basée sur la synthèse d'un banc de filtres non linéaires (EKF) construits à partir des modèles des sous-espaces d'état (obtenus par découplage) insensibles aux défauts, permet la détection et la localisation des fuites externes du doseur et des fuites internes et externes de la pompe HP en utilisant deux variables de pressions comme sorties du modèle. L'application numérique de cette méthode a donnée des résultats de détection et de localisation satisfaisants. Cependant, nous ne pouvons dissocier une fuite interne de la pompe HP d'une fuite externe de celle-ci à cause de la distribution identique de ces deux défauts dans le modèle d'état.

La quatrième méthode, basée sur le concept de platitude différentielle, permet la détection et la localisation des mêmes fuites considérées dans la troisième méthode mais en utilisant une variable de pression et la variable de déplacement du piston du clapet- $\Delta P$  comme sorties du modèle. L'application numérique de cette méthode a donnée des résultats de détection et de localisation satisfaisants. De plus, les fuites ont pu être précisément estimées à partir de la forme d'évaluation des résidus. Cependant, comme pour la troisième méthode, nous ne pouvons dissocier une fuite interne de la pompe HP d'une fuite externe de celle-ci.

## Conclusion générale et perspectives

Nous avons présenté dans ce manuscrit des méthodes non linéaires de diagnostic appliquées au système du circuit carburant d'une turbomachine. Ces méthodes permettent la détection et la localisation des fuites impactant les fonctions hydrauliques primaires du circuit carburant.

Dans le premier chapitre, nous avons d'abord présenté le rôle et le fonctionnement du circuit carburant, ainsi que chaque fonction hydraulique qui le compose. Puis, nous avons établi les modèles des fonctions hydrauliques qui ont été paramétrés à partir des relevés d'essais expérimentaux issus des cahiers des charges techniques fournis par Turbomeca. Finalement, deux modèles du circuit carburant ont été considérés pour le diagnostic : un modèle avec une dynamique du 1<sup>er</sup> ordre du clapet- $\Delta P$  et un modèle avec une dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre du clapet- $\Delta P$ . Chaque modèle a été représenté à l'aide de l'outil Simscape sous l'environnement Matlab/Simulink pour servir de banc de simulation. Contrairement au premier modèle, le deuxième modèle peut se mettre facilement sous forme de représentation d'état nécessaire à l'application des méthodes de diagnostic.

Dans le deuxième chapitre, après un bref rappel général sur les bases du diagnostic, nous avons posé le Problème Fondamental de la Génération de Résidus (PFGR) de manière générale et locale. La résolution du PFGR a été démontrée à travers deux principales étapes. La première étape concerne l'approche analytique pour le découplage qui permet de dégager un sous-système d'équations insensible aux perturbations. La deuxième étape concerne les méthodes de génération de résidus qui peuvent être appliquées au sous-système d'équations obtenu à la première étape. Ainsi les signaux de résidus générés sont sensibles aux défauts et robustes aux perturbations. L'étape de découplage peut également être utilisée afin de générer des résidus structurés pour la localisation des défauts. Dans ce cas, un certain nombre de sous-systèmes d'équations est obtenu où chaque sous-système d'équations est insensible à un défaut et sensible aux autres défauts. Ainsi, un banc de filtres peut être obtenu où chaque filtre est construit à partir d'un sous-système d'équations. Les méthodes linéaires et non linéaires de génération de résidus ont été présentées et complétées par une nouvelle approche de génération de résidus fondée sur la théorie de platitude différentielle. Cette approche permet de générer des signaux de résidus pour la détection et la localisation des défauts de type capteur, actionneur et composant du système. La plupart des méthodes non linéaires de diagnostic nécessitent le calcul des dérivées successives des signaux de sortie et/ou d'entrée

qui sont généralement bruités. Nous avons donc présenté une technique d'estimation précise et robuste des dérivées qui est basée sur la théorie des observateurs à modes glissants.

Dans le dernier chapitre, après la corrélation des résultats de simulation du modèle du circuit carburant avec les résultats expérimentaux CEPR issus des retours d'expérience de Turbomeca, nous avons présenté et appliqué quatre méthodes de diagnostic en se basant principalement sur des mesures de pressions satisfaisant ainsi les objectifs du cahier des charges (absence de mesure de débit).

La première méthode par estimation paramétrique et la deuxième méthode utilisant l'espace de parité sont appliquées au modèle du circuit avec une dynamique du 1<sup>er</sup> ordre du clapet- $\Delta P$ . L'application de ces deux méthodes nécessite la mesure des pressions et la mesure ou l'estimation du déplacement du piston du clapet- $\Delta P$ . Leur application numérique a donnée des résultats de détection satisfaisants. L'application expérimentale de la première méthode n'a pas pu être validée. Le modèle du 1<sup>er</sup> ordre du clapet- $\Delta P$  basé sur les essais des CCT ne permettait pas d'obtenir une bonne estimation de son déplacement. À partir des mesures expérimentales, nous avons identifié un nouveau modèle de fonction de transfert du clapet- $\Delta P$  mais les résultats obtenus par ce modèle ne sont pas satisfaisants. En effet, nous n'avons pas obtenu la diminution souhaitée du déplacement estimé du clapet en présence d'une fuite interne. De ce fait, la méthode de diagnostic par estimation paramétrique ne peut pas assurer la détection des fuites internes car les signaux de résidus générés ne dépassent pas le seuil de détection. Ces résultats insatisfaisants sont dus au niveau de bruit élevé que présente l'estimation de la pression différentielle  $\Delta P_D$  qui est utilisée comme entrée du modèle de fonction de transfert. L'approche proposée avec ce modèle pourrait être utilisée avec une mesure directe de la pression différentielle  $\Delta P_D$  à l'aide d'un capteur dont le bruit de mesure soit inférieur à 1 kPa. L'analyse des mesures expérimentales issues du banc a permis de développer une nouvelle approche de détection des fuites internes de la pompe HP basée sur le temps de montée des pressions.

La troisième méthode à base de filtres de Kalman étendus et de découplage et la quatrième méthode à base de platitude sont appliquées au modèle du circuit avec une dynamique du 4<sup>ème</sup> ordre du clapet- $\Delta P$ . L'application de la troisième méthode nécessite la mesure des pressions, tandis que l'application de la quatrième méthode nécessite la mesure des pressions et la mesure du déplacement du piston du clapet- $\Delta P$ . L'application numérique de ces méthodes a donnée des résultats de détection et de localisation satisfaisants. De plus, les fuites ont pu être



précisément estimées à partir de la forme d'évaluation des résidus construits par la quatrième méthode.

Les travaux présentés dans ce mémoire laissent entrevoir des perspectives intéressantes pour des développements ultérieurs tels que :

- Concevoir un bloc "doseur / clapet- $\Delta P$ " expérimental incluant une mesure (sans contact) de la position du piston du clapet- $\Delta P$  du type capteur capacitif ou inductif dans le but de valider la pertinence de l'approche proposée (pour la méthode de diagnostic par estimation paramétrique) avec le modèle de fonction de transfert identifié à partir des mesures. Ce système permettrait ainsi de vérifier expérimentalement qu'il est possible de déterminer la position du piston en fonction de la mesure de la pression différentielle du doseur. Une fois cette vérification faite, les futurs blocs "doseur / clapet- $\Delta P$ " pourraient être équipés uniquement d'une mesure de la pression différentielle du doseur.
- La mise en place des méthodes de prise de décision dans l'évaluation des signaux de résidus telles que le test du CUSUM.
- L'augmentation de la dynamique du modèle du circuit carburant en prenant en compte les phénomènes dynamiques liés à l'inertie du carburant dans les conduites afin d'envisager la détection de plus de défauts avec les méthodes de diagnostic à base de filtres de Kalman étendus et découplage et celles à base de platitude.

## Annexe A : Propriétés des fluides

Les propriétés des fluides ont un effet critique sur le comportement dynamique des systèmes hydrauliques. On peut répartir les fluides en 2 catégories : liquides et gaz. Les liquides occupent des volumes bien définis et présentent des surfaces libres. Ils sont quasi incompressibles. Les gaz se dilatent jusqu'à occuper tout le volume offert. Ils sont très compressibles. Un fluide est caractérisé par sa masse volumique, sa compressibilité et sa viscosité.

### A.1. Masse volumique

La masse volumique est définie comme étant la masse par unité de volume (en  $kg/m^3$ ). Dans la pratique, elle est considérée comme constante pour un fluide donné, mais en réalité, elle varie en fonction de la pression et de la température. Cette fonction, connue sous le nom d'équation d'état d'un fluide, ne peut être mathématiquement dérivée des principes physiques. Pour de légères variations de la masse volumique, elle peut être donnée par son approximation du premier ordre de la série de Taylor [1] [2].

$$\rho = \rho_0 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T (P - P_0) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P (T - T_0) \quad (A.1)$$

Où  $\rho$ ,  $T$  et  $P$  sont la masse volumique, la température en degré Celsius ( $^{\circ}C$ ) ou Kelvin ( $K$ ) et la pression en Pascal ( $Pa$ ) avec leurs valeurs initiales  $\rho_0$ ,  $T_0$  et  $P_0$ .

Afin de simplifier l'analyse, l'équation (A.1) est reformulée par l'équation (A.2).

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \frac{1}{\beta} (P - P_0) - \alpha_P (T - T_0) \right) \quad (A.2)$$

avec :

$$B = \rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T = -V_0 \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \quad (A.3)$$

$$\alpha_P = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad (A.4)$$

où  $V$  est le volume total (en  $m^3$ ) avec  $V_0$  sa valeur initiale.  $B$  est le module de compressibilité isotherme du fluide exprimé en Pascal ( $Pa$ ).  $\alpha_P$  est le coefficient de dilatation thermique isobare du fluide exprimé en Kelvin puissance -1 ( $K^{-1}$ ).

## A.2. Compressibilité

La compressibilité est utilisée pour décrire le phénomène de variation du volume relatif du fluide en réponse à un changement de pression. Elle est caractérisée par un paramètre, appelé le module de compressibilité (noté  $B$  en français et  $\beta$  en anglais). Ce paramètre détermine la rigidité du fluide et représente le facteur le plus important permettant de caractériser le comportement dynamique des systèmes hydrauliques. A une température constante, le module de compressibilité isotherme est donné [1] [2] [3] par l'équation (A.3). Le module de compressibilité est généralement positif parce que le volume décroît quand la pression augmente.

En pratique, tout liquide contient en moyenne 5 à 10 % de gaz (généralement de l'azote). Cette petite quantité d'air contenue dans le liquide se traduira par une forte diminution du module de compressibilité du liquide. Le module de compressibilité effectif du liquide peut être modélisé [1] [2] [3] comme suit : considérons un récipient flexible avec un volume total  $V_t$  rempli avec un mélange de liquide de volume  $V_l$  et de gaz de volume  $V_g$  comme indiqué dans la figure A.1.

$$V_t = V_l + V_g \quad (\text{A.5})$$

Le déplacement du piston vers la gauche engendre une augmentation de pression  $\Delta P$  et une variation du volume  $\Delta V_t$  qui se traduit par des diminutions de  $V_l$  et  $V_g$  et une augmentation du volume du récipient  $V_r$  tel que présenté dans la figure A.1.

$$\Delta V_t = -\Delta V_l - \Delta V_g + \Delta V_r \quad (\text{A.6})$$

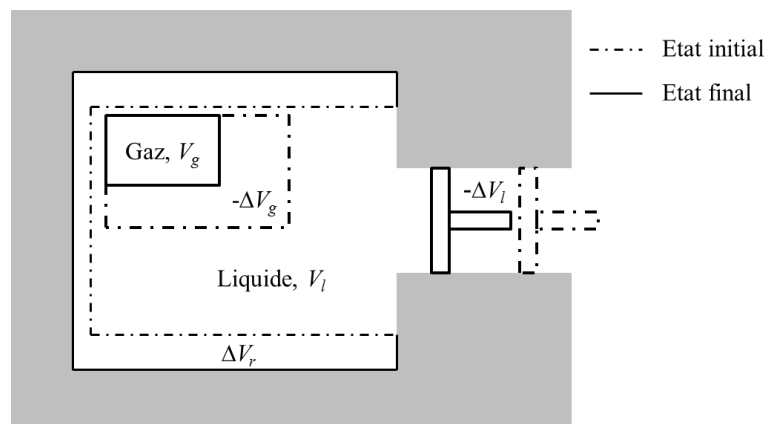


Figure A.1 – Récipient flexible sous pression rempli d'un mélange liquide-gaz.

Le module de compressibilité effectif du liquide peut être calculé selon l'expression de l'équation (A.7) qui fait intervenir la contribution de chaque élément.

$$\frac{1}{B_e} = \frac{1}{B_r} + \frac{V_l}{V_t} \frac{1}{B_l} + \frac{V_g}{V_t} \frac{1}{B_g} \quad (\text{A.7})$$

où  $B_l$  et  $B_g$  sont respectivement les modules de compressibilité du liquide et du gaz, et  $B_r$  est le module de compressibilité du récipient par rapport au volume total. L'expression de ces modules de compressibilité est comme suit :

$$B_l = -V_l \frac{\Delta P}{\Delta V_l} \quad (\text{A.8})$$

$$B_g = -V_g \frac{\Delta P}{\Delta V_g} \quad (\text{A.9})$$

$$B_r = V_t \frac{\Delta P}{\Delta V_r} \quad (\text{A.10})$$

Le module de compressibilité adiabatique du gaz peut être déterminé par deux méthodes [1] [2] [3]. La première méthode permet d'obtenir l'expression du module de compressibilité isotherme de l'air de l'équation (A.11) à partir de la loi des gaz parfaits sous l'hypothèse d'une température constante. La seconde méthode permet d'obtenir le module de compressibilité adiabatique de l'air de l'équation (A.12) à partir de la loi de Laplace sous l'hypothèse qu'il n'y ait pas de transfert de chaleur entre l'air et son environnement.

$$B_{g_{is}} = \frac{1}{P} \quad (\text{A.11})$$

$$B_{g_{ad}} = \frac{1}{\gamma P} \quad (\text{A.12})$$

où  $P$  est la pression absolue de l'air et  $\gamma$  est le coefficient de Laplace des gaz parfaits qui vaut 1,4 pour l'air.

Les courbes de la figure A.2 montrent l'influence de l'air contenu dans le liquide sur le module de compressibilité effectif dans le cas isotherme [4] [5].  $\alpha$  est le taux d'air contenu dans le liquide et correspond à  $\frac{V_g}{V_l}$ .

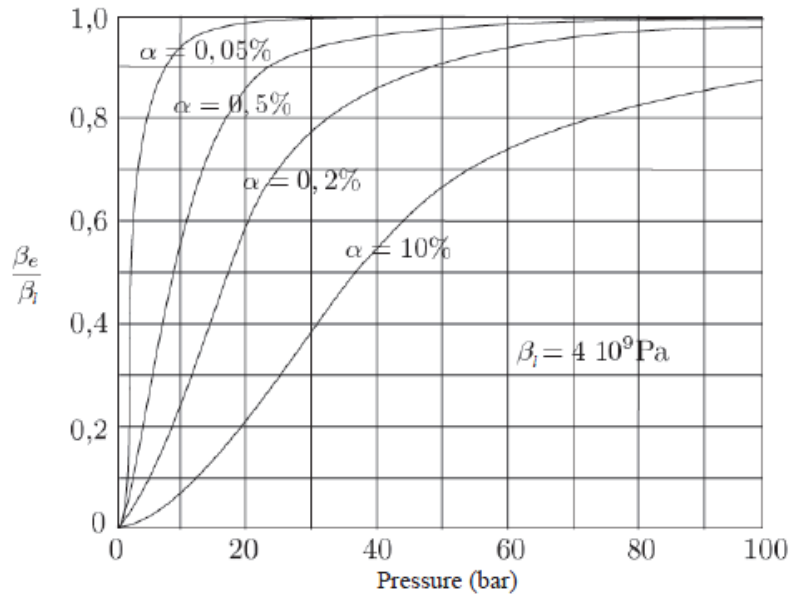


Figure A.2 – Influence de l'air contenu dans le liquide sur le module de compressibilité effectif [5].

Dans cette figure, on constate que l'air contenu influence de façon significative le module de compressibilité effectif du liquide, principalement dans le domaine des basses pressions.

### A.3. Viscosité

La viscosité (exprimée en  $\text{Pa.s}$ ) est une propriété physique importante d'un fluide définie comme la résistance opposée par le fluide à sa mise en mouvement. Cette propriété est causée par l'interaction des molécules du fluide. Pour un régime de flux laminaire, l'écoulement du fluide est supposé se faire en un certain nombre de couches parallèles avec des vitesses différentes. Selon la loi de Newton, la force de frottement interne entre deux couches parallèles [1] [6] est exprimée par :

$$F = \mu A \frac{dv}{dz} \quad (\text{A.13})$$

Où  $v$  est la vitesse du fluide en fonction de sa position verticale  $z$ ,  $\mu$  est la viscosité absolue ou viscosité dynamique et  $A$  est la surface de contact entre les deux couches.

Comme pour le module de compressibilité, la viscosité dynamique varie en fonction des conditions de pression et de température du fluide. Cette variation est exprimée [1] par :

$$\mu = \mu_0 \exp[b_1(P - P_0) - b_2(T - T_0)] \quad (\text{A.14})$$

où  $\mu_0$  est la viscosité dynamique donnée pour la pression  $P_0$  et la température  $T_0$ .  $b_1$  et  $b_2$  sont des constantes définies en fonction du type de fluide.

En hydraulique, la viscosité cinématique est souvent utilisée pour représenter la résistance interne du fluide. Elle est facilement mesurable par le viscosimètre. On définit la viscosité cinématique comme le rapport entre le coefficient de viscosité dynamique  $\mu$  et la masse volumique du fluide  $\rho$  telle que :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{A.15})$$

La relation entre la viscosité cinématique et la température est exprimée par l'équation (A.16) de Mac Coull et Walther [6] [7].

$$\log(\log(\nu + a_1)) = a_2 \log T + a_3 \quad (\text{A.16})$$

où  $\nu$  est exprimé en centistokes ( $cSt$ ),  $T$  est la température absolue en Kelvin ( $K$ ).  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$  sont des constantes définies pour chaque type de fluide.

## A.4. Type de fluide

Dans cette étude, le fluide utilisé dans le circuit carburant est du carburant JET-A1 de type kérosène convenant à la plupart des avions à réacteurs. Il satisfait à des exigences internationales rigoureuses, notamment à celles de la dernière version de la norme britannique DEF STAN 91-91, de la norme ASTM D1655, et de la spécification F-35 de l'OTAN. Il a un point d'éclair (la température au-dessus de laquelle le carburant est susceptible de s'enflammer en présence d'une flamme) supérieur à 38 °C (100 °F) et un point de congélation (ou point de cristallisation) maximal de -47 °C. Le JET-A1 est le carburant habituel pour turbines. Il est également utilisé en aviation générale pour les avions à moteur diesel. En se référant à l'ouvrage [9] dédié aux propriétés des fluides aéronautiques, le service DT/CP/EQ de Turbomeca a élaboré des modèles caractérisant l'évolution de la masse volumique, de la viscosité cinématique et du module de compressibilité adiabatique du carburant JET-A1 en fonction de sa température.

Le modèle de la masse volumique est caractérisé par l'équation (A.17) dont les paramètres ont été obtenus par la méthode des moindres carrés. Ce modèle est valable pour des températures comprises entre -40 et 120 °C.

$$\rho = 822,72 - 0,72905.T \quad (\text{A.17})$$

Le modèle de la viscosité cinématique est caractérisé par l'équation (A.18) suivant le modèle ASTM D341-03 de l'American Society for Testing Materials. Ce modèle est valable pour des températures comprises entre -50 et 140 °C.

$$\nu = (z - 0,7) - e^{(-0,7487 - 0,295 \cdot (z - 0,7) + 0,6119 \cdot (z - 0,7)^2 - 0,3193 \cdot (z - 0,7)^3)} \quad (\text{A.18})$$

avec :

$$z = 10^{10(10,366215 - 4,376609 \cdot \log(T + 273,15))} \quad (\text{A.19})$$

Le modèle du module de compressibilité adiabatique  $B_{cad}$  du carburant est caractérisé par l'équation (A.20) dont les paramètres ont été obtenus par la méthode des moindres carrés. Ce modèle est valable à pression atmosphérique et pour des températures comprises entre 0 et 120 °C.

$$B_{cad} = 1375,5 - 5,4629 \cdot T \quad (\text{A.20})$$

Le module de compressibilité isotherme  $B_{cis}$  du carburant est obtenu à partir de l'équation (A.21) en fonction du module de compressibilité adiabatique et du coefficient de Laplace  $\gamma$  qui vaut 1,15 pour les carburants aéronautiques.

$$\frac{B_{cad}}{B_{cis}} = \gamma \quad (\text{A.21})$$

Le module de compressibilité (adiabatique) effectif du carburant utilisé pour caractériser la compressibilité dans les chambres des clapets du circuit, est calculé à partir de l'équation (A.7) sous l'hypothèse que les chambres soient rigides (le terme correspondant au module de compressibilité du récipient est négligé). En remplaçant dans l'équation (A.7) l'expression du module de compressibilité adiabatique du gaz de l'équation (A.12), nous obtenons :

$$\frac{1}{B_{ead}} = \frac{V_c}{V_t} \frac{1}{B_{cad}} + \frac{V_g}{V_t} \frac{1}{\gamma P} \quad (\text{A.22})$$

L'équation (A.22) peut être réécrite sous la forme de l'équation (A.23) :

$$\frac{1}{B_{ead}} = \frac{V_c}{V_t} \left( \frac{1}{B_{cad}} + \frac{V_g}{V_c} \frac{1}{\gamma P} \right) \quad (\text{A.23})$$

En posant  $\alpha = \frac{V_g}{V_c}$  et donc  $\frac{V_c}{V_t} = \frac{1}{\alpha + 1}$ , on obtient l'expression du module de compressibilité (adiabatique) effectif du carburant en fonction du module de compressibilité adiabatique du

carburant pur, du pourcentage d'air contenu dans le carburant, du coefficient de Laplace des gaz parfaits et de la pression du fluide dans la chambre concernée.

$$B_{ead} = B_{cad} \frac{\alpha + 1}{1 + \alpha \left( \frac{1}{\gamma P} \right) B_{cad}} \quad (\text{A.24})$$

**Remarque A.1 :**

*La modélisation de la compressibilité du fluide dans les chambres par l'outil Simscape tient compte d'une expression plus détaillée du module de compressibilité effectif du carburant de l'équation (A.24).*

*Sous l'hypothèse d'une évolution isentropique du gaz, le volume  $V_g$  à la pression  $P_a + P$  peut être exprimé en fonction du volume  $V_{ga}$  à pression atmosphérique  $P_a$  selon l'équation (A.25).*

$$V_g = V_{ga} \left( \frac{P_a}{P_a + P} \right)^{1/\gamma} \quad (\text{A.25})$$

*Le pourcentage d'air  $\alpha$  peut alors être exprimé comme suit:*

$$\alpha = \frac{V_g}{V_c} = a \left( \frac{P_a}{P_a + P} \right)^{1/\gamma} \quad (\text{A.26})$$

*où  $a = \frac{V_{ga}}{V_c}$  est le pourcentage d'air contenu dans le carburant à pression atmosphérique.*

*En réalité, le module de compressibilité adiabatique  $B_{cad}$  du carburant varie en fonction de la pression de fonctionnement dans le circuit. Cependant, nous supposons dans cette étude que cette variation est négligeable et on utilisera un module à pression atmosphérique dans le banc de simulation.*



## Annexe B : Analyse des relevés d'essais banc HMU

Dans cette annexe, nous présentons et analysons les relevés d'essais expérimentaux du banc HMU en fonctionnement nominal et en fonctionnement avec fuites. Pour chaque type de fonctionnement, les essais sont réalisés pour les deux ouvertures du robinet de réglage *PSCNA* : *Ouv1*  $\rightarrow$  1300 kPa et *Ouv2*  $\rightarrow$  1900 kPa.

### B.1. Essais en fonctionnement nominal

Dans la figure B.1, nous avons tracé les courbes d'évolution de la vitesse de rotation *NG* (multiplié par un coefficient), superposées aux courbes de débit  $Q_{HP}$  de la pompe HP.

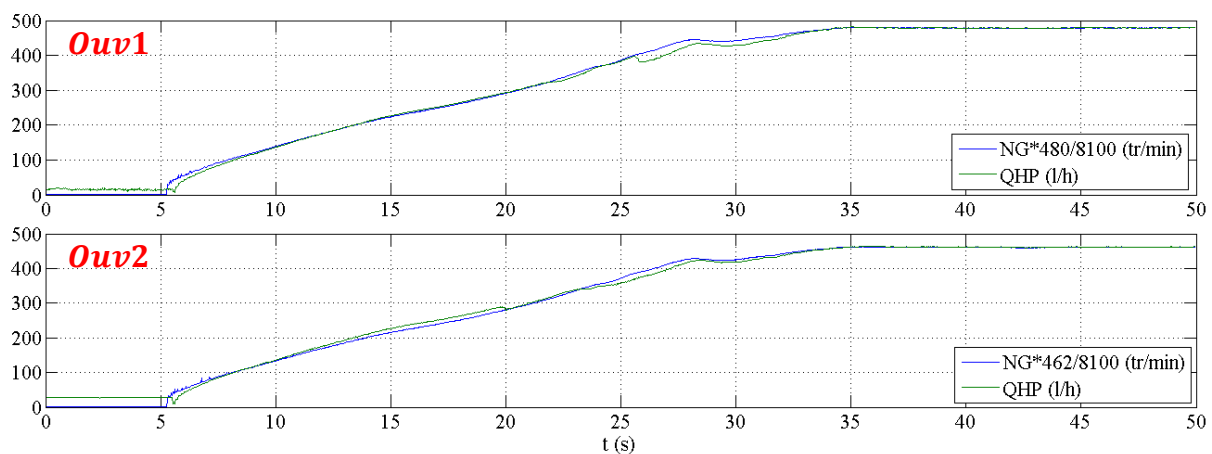


Figure B.1 – Courbes de vitesse de rotation *NG* et de débit  $Q_{HP}$  de la pompe HP en fonctionnement nominal

Nous constatons un retard inexpliqué après l'instant  $t = 5$  s entre *NG* et  $Q_{HP}$  avec un léger pic du débit. De plus, pour l'essai à *Ouv1*, le débit chute après l'instant  $t = 25$  s pour venir se re-stabilisé par rapport au *NG* à l'instant  $t = 33$  s.

Dans la figure B.2, nous avons tracé les courbes d'évolution de la position résolveur *XR*, superposées aux courbes du débit dosé  $Q_D$ .

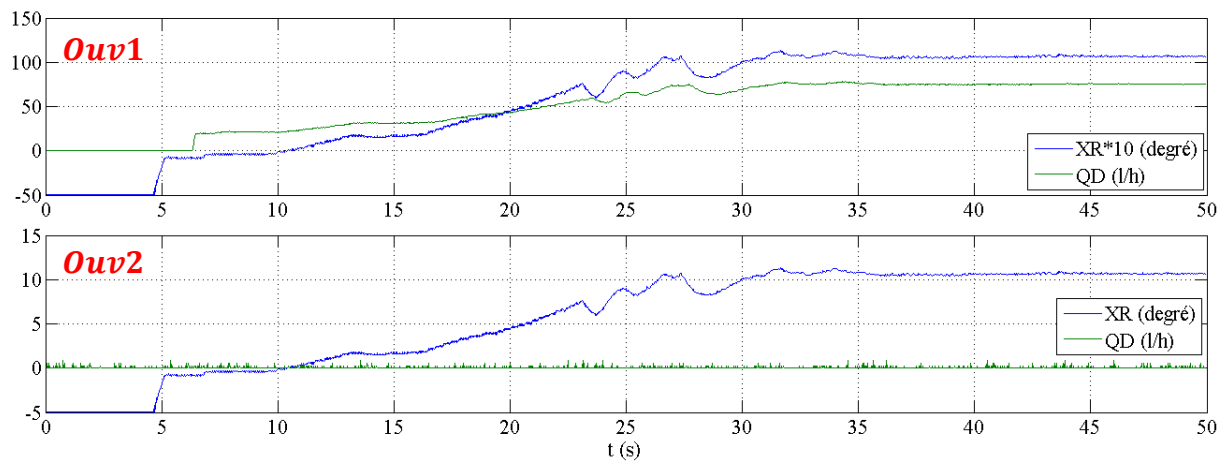


Figure B.2 – Courbes de Position résolveur XR et de débit dosé  $Q_D$  en fonctionnement nominal

La mesure du débit dosé  $Q_D$ , pour l'essai à *Ouv2*, est nulle. Cet essai sera donc exclu dans la suite de l'exploitation. Pour l'essai à *Ouv1*, nous constatons un retard variant dans le temps entre les mesures de débit et la consigne. Nous avons tracé dans la figure B.3 l'évolution de l'écart entre le débit  $Q_D$  expérimental et le débit toléré  $Q_{D_{CCT}}$  (obtenu à partir de la table de données  $Q_D = f(XR)$  issue des CCT) pour les mêmes valeurs de la consigne XR. Cet écart est comparé aux seuils de tolérance issus des CCT.

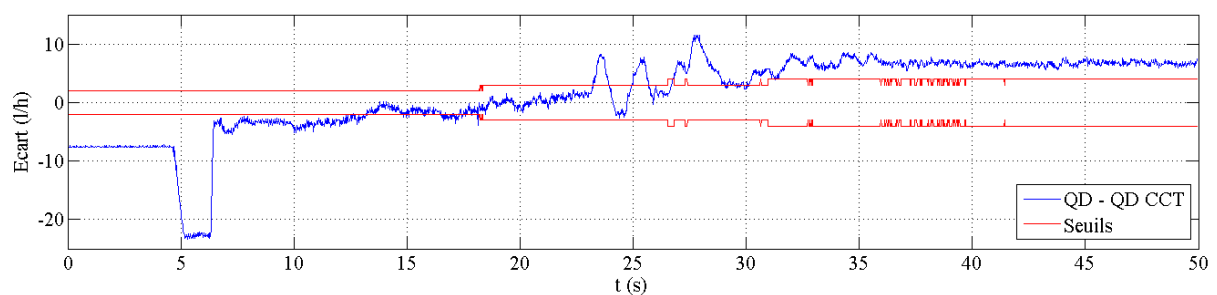


Figure B.3 – Ecart de débits ( $Q_D - Q_{D_{CCT}}$ ) pour l'essai à *Ouv1* en fonctionnement nominal

L'écart constaté dépasse les seuils de tolérance pour certains points de fonctionnement. Deux causes peuvent être à l'origine de ces dépassements. Soit les mesures de débits présentent un dysfonctionnement, soit le doseur utilisé sur le banc HMU ne maintient pas la même valeur de la pression différentielle du doseur que celle maintenue par le doseur utilisé dans les CCT.

Pour finir, nous avons tracé dans la figure B.4 les courbes d'évolution des pressions relevés dans le circuit.

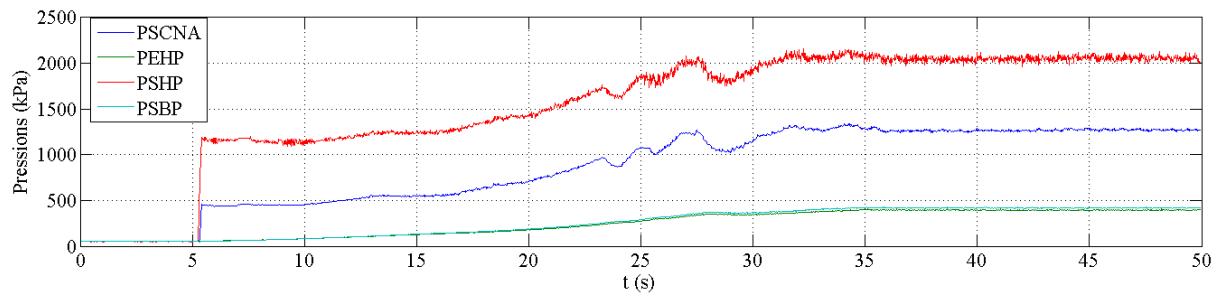


Figure B.4 – Courbe des pressions pour l'essai à Ouv1 en fonctionnement nominal

## B.2. Essais en fonctionnement avec fuites

Les fuites internes sont caractérisées par l'ouverture manuelle du robinet de fuite en fonction des débits de fuite que l'on souhaite imposer à une pression  $PSCNA$  donnée en sortie du CNA. Pour chaque essai, l'amplitude de la fuite est d'abord pré-réglée pour un  $NG$  de 8 088  $tr/min$  et un  $XR$  de  $10^\circ$ .

Dans ce paragraphe, nous présentons et analysons les relevés d'essais en fonctionnement avec fuites injectées à différents instants.

### B.2.1. Essais avec fuites injectées à $t = 0$ s

Dans la figure B.5, nous avons tracé les courbes d'évolution du débit  $Q_{HP}$  de la pompe HP pour les différents niveaux de fuites.

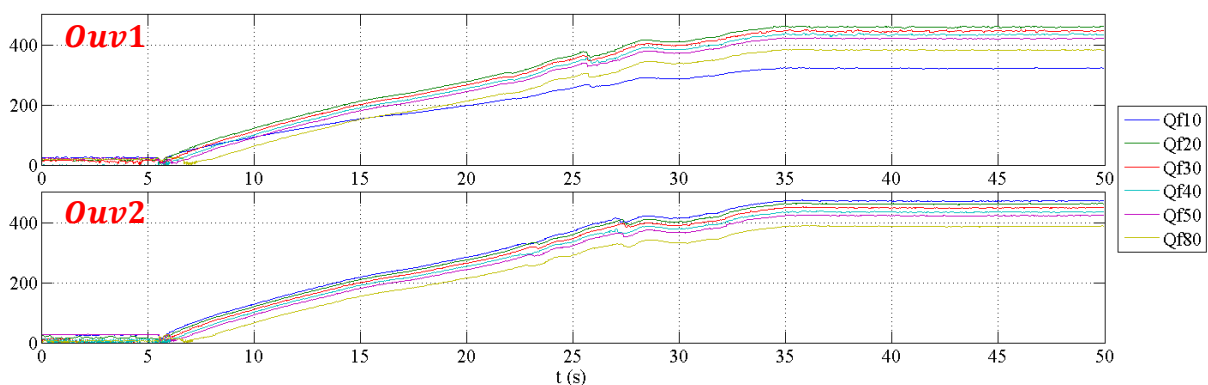


Figure B.5 – Courbes des débits  $Q_{HP}$  (l/h) en fonctionnement avec fuites injectées à  $t = 0$  s.

La courbe d'évolution du débit de la pompe HP pour une fuite de 10  $l/h$  est en dehors de la plage attendue pour les essais à Ouv1. Dans la figure B.6, nous avons tracé les courbes d'évolution du débit de fuite.

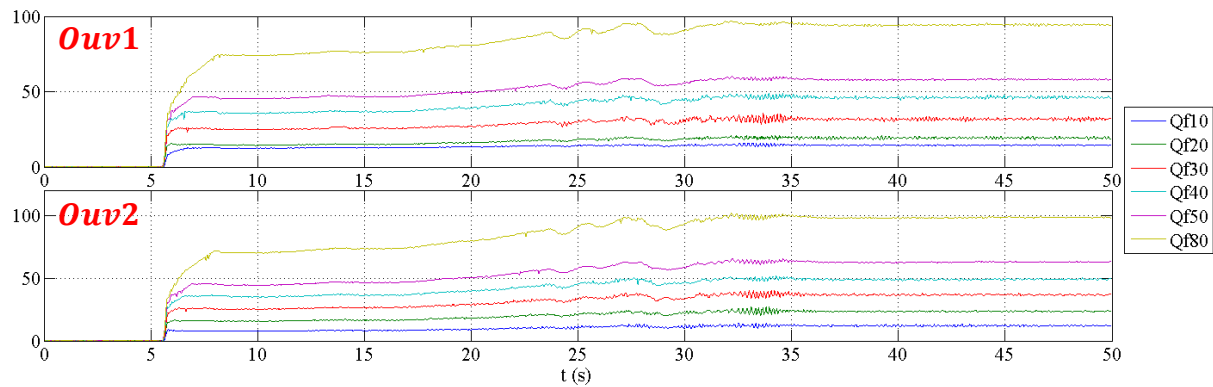


Figure B.6 – Courbes de débit de fuite  $Q_f$  (l/h) en fonctionnement avec fuites injectées à  $t = 0s$ .

Nous constatons que l'on est légèrement au-dessus des niveaux de fuites préréglés. Cependant, cela ne perturbera pas l'exploitation des résultats. Dans la figure B.7, nous avons tracé les courbes d'évolution du débit dosé  $Q_D$ .

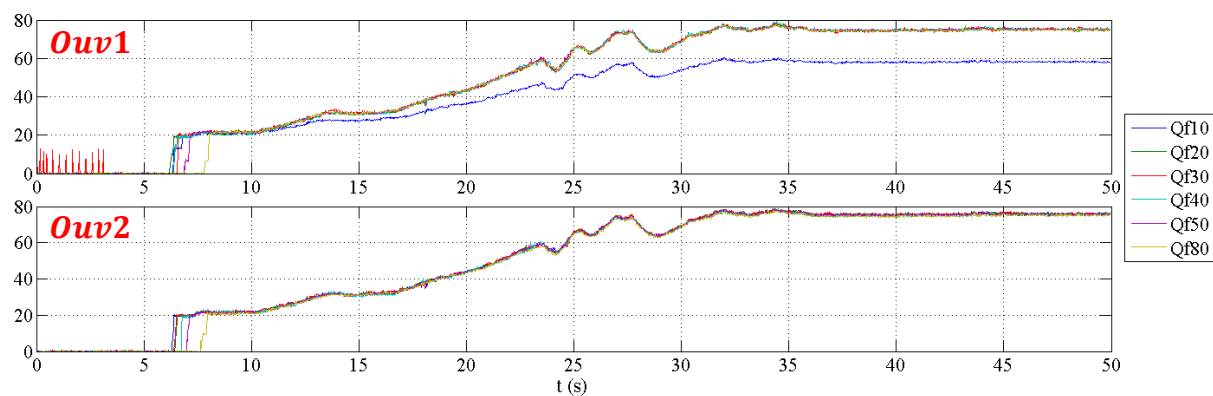


Figure B.7 – Courbes de débit dosé  $Q_D$  (l/h) en fonctionnement avec fuites injectées à  $t = 0s$ .

La courbe d'évolution du débit dosé pour une fuite de 10 l/h est en dehors de la plage attendue pour l'essai à Ouv1.

Pour un temps d'expérimentation entre 5 et 10 s, le temps d'établissement du débit dosé  $Q_D$  est différent en fonction du niveau de fuite. Il est d'autant plus long que le niveau de fuite est grand.

L'écoulement du carburant dosé dépend de l'ouverture des clapets CNA et CN se trouvant en aval du doseur. Le débit dosé est nul tant que les pressions différentielles de ces clapets n'ont pas atteint leurs pressions différentielles d'ouverture. Sachant que la pression différentielle d'ouverture du clapet CN est inférieure à celle du clapet CNA, l'écoulement du carburant dosé à débit  $Q_D$  dépend donc principalement de la pression différentielle du clapet CNA.

Le temps d'établissement du débit dosé est relatif au temps de montée des pressions  $PSHP$  en sortie de la pompe HP et  $PSCNA$  en sortie du CNA dans le circuit. Ce temps de montée des pressions, que l'on peut observer dans les figures B.8 et B.9, correspond au temps nécessaire pour que la pression différentielle du clapet CNA atteigne sa pression différentielle d'ouverture et ainsi permettre au carburant dosé de s'écouler vers la sortie du circuit.

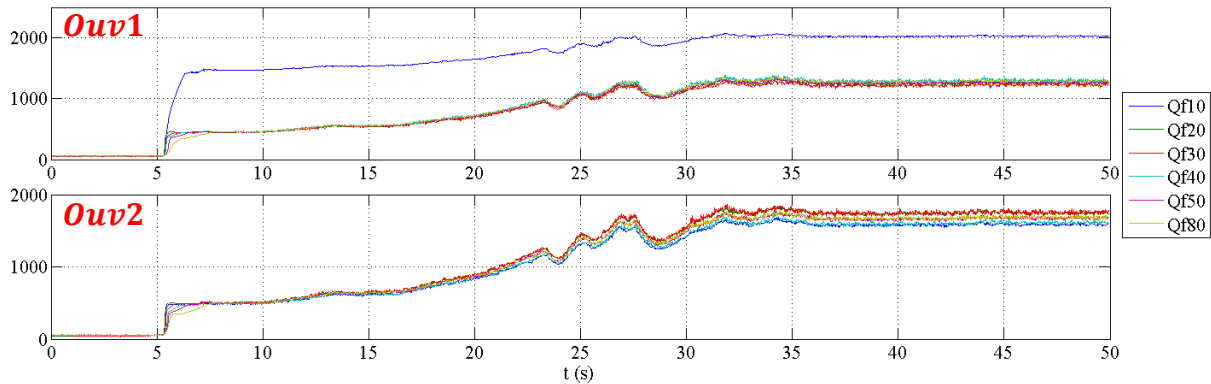


Figure B.8a – Courbes des pressions  $PSCNA$  (kPa) en fonctionnement avec fuites injectées à  $t = 0$ s.

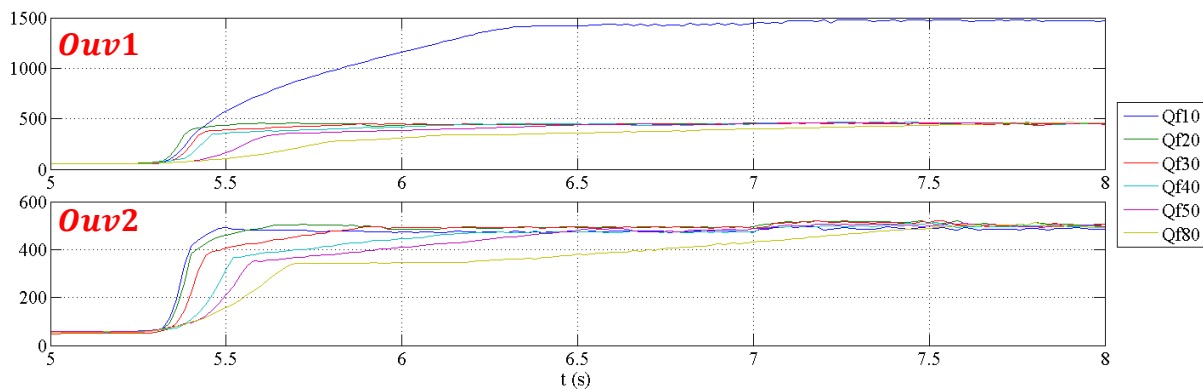


Figure B.8b – Zoom sur les courbes des pressions  $PSCNA$  (kPa) en fonctionnement avec fuites injectées à  $t = 0$ s.

Pour l'essai à **Ouv1** et pour un niveau de fuite de  $10 \text{ l/h}$ , la valeur de la pression  $PSCNA$  à  $t = 50 \text{ s}$  ne correspond pas à la valeur de pré réglage. Ce qui explique la déviation de la plage attendue des débits observées (figures B.5 et B.7) pour le même essai.

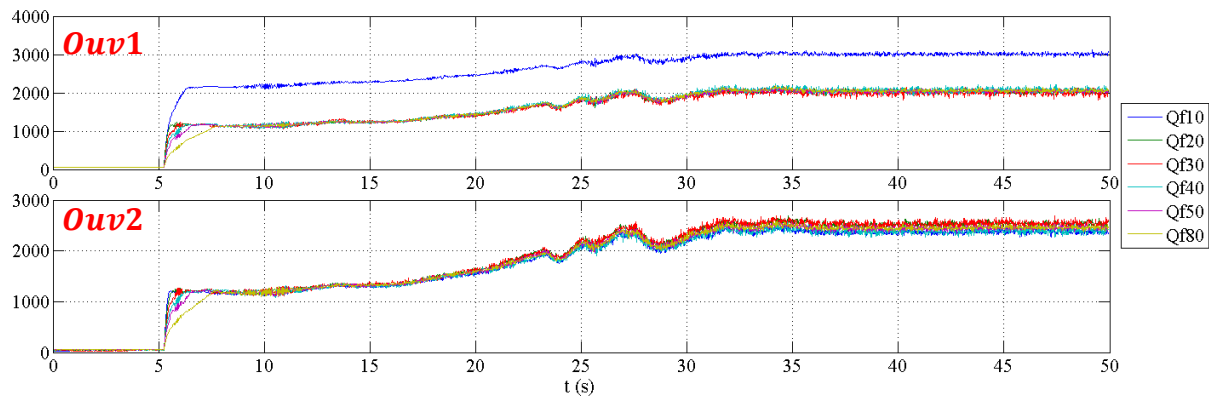


Figure B.9a – Courbes des pressions PSHP (kPa) en fonctionnement avec fuites injectées à  $t = 0$ s.

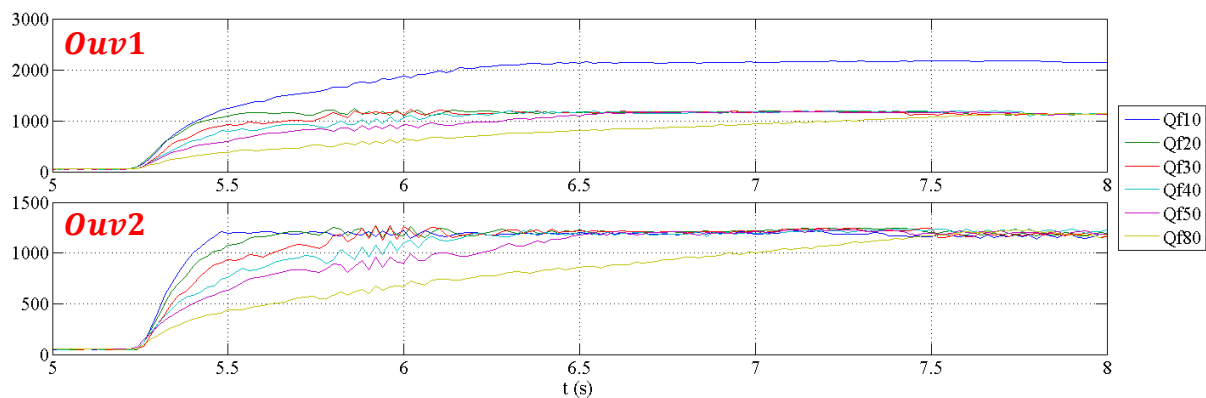


Figure B.9b – Zoom sur les courbes des pressions PSHP (kPa) en fonctionnement avec fuites injectées à  $t = 0$ s.

Nous constatons que le temps de montée des pressions dépend aussi de l'ouverture du robinet de réglage *PSCNA*. En effet, plus grande est l'ouverture du robinet de réglage (plus petite est la pression *PSCNA*), plus lent est le temps de montée des pressions.

### B.2.2. Essais avec fuites injectées à $t = 25$ s

Dans la figure B.10, nous avons tracé les courbes d'évolution du débit  $Q_{HP}$  de la pompe HP pour les différents niveaux de fuites.

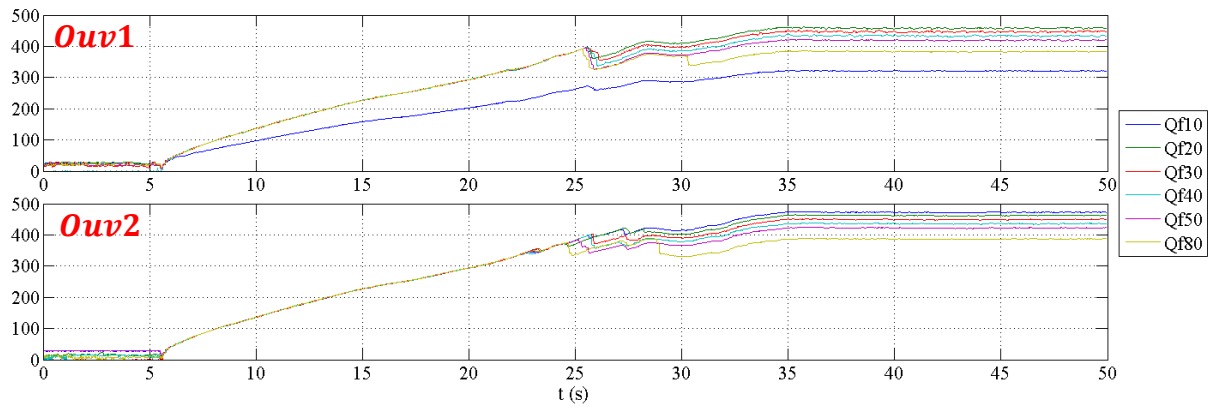


Figure B.10 – Courbes des débits  $Q_{HP}$  (l/h) en fonctionnement avec fuites injectées à  $t = 25s$ .

Nous constatons bien les pertes de débit à après l'instant  $t = 25s$  correspondant à l'injection des fuites. Dans la figure B.11, nous avons tracé les courbes d'évolution du débit de fuite.

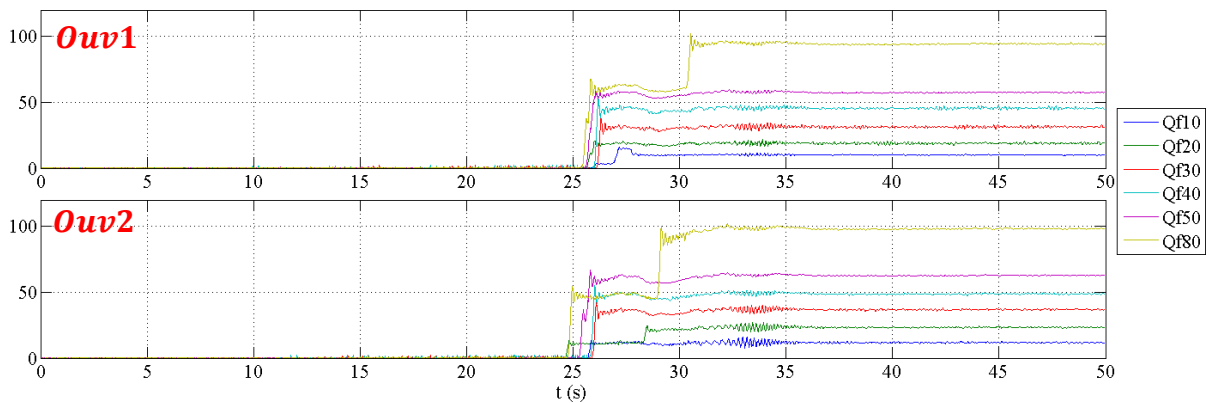


Figure B.11 – Courbes de débit de fuite  $Q_f$  (l/h) en fonctionnement avec fuites injectées à  $t = 25s$ .

Nous constatons que l'on est légèrement au-dessus des niveaux de fuites préréglés. Cependant, cela ne perturbera pas l'exploitation des résultats. Dans la figure B.12, nous avons tracé les courbes d'évolution du débit dosé  $Q_D$ .

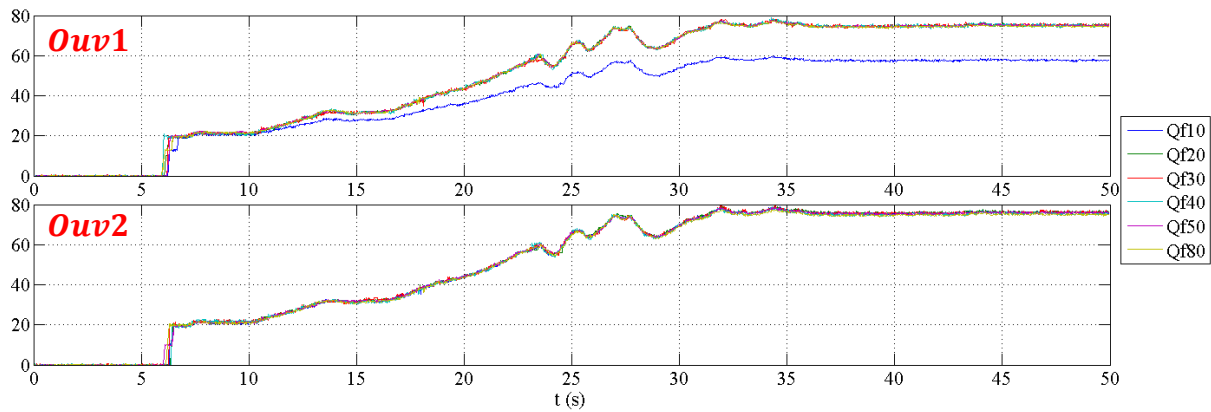


Figure B.12 – Courbes de débit dosé  $Q_D$  (l/h) en fonctionnement avec fuites injectées à  $t = 25s$ .

Nous ne retrouvons pas le temps d'établissement du débit dosé constaté pour les essais avec des fuites injectées à  $t = 0s$ . Ce qui est évident puisque le fonctionnement du circuit pour les différents niveaux de fuite est similaire avant l'instant d'injection  $t = 25s$ . Cependant, nous constatons de légers retards (de l'ordre de 0,1s) entre les courbes des débits dosé pour un temps d'expérimentation entre 5 et 10s. Ces retards doivent probablement être dus à des erreurs de mesures.

Dans les figures B.13 et B.14, nous avons tracé les courbes d'évolution des pressions  $PSCNA$  et  $PSHP$ .

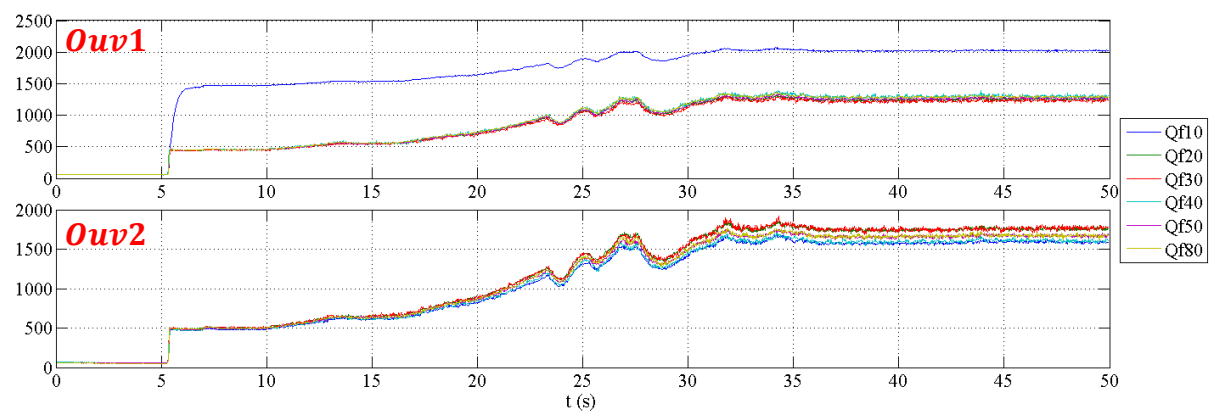


Figure B.13 – Courbes des pressions  $PSCNA$  (kPa) en fonctionnement avec fuites injectées à  $t = 25s$ .



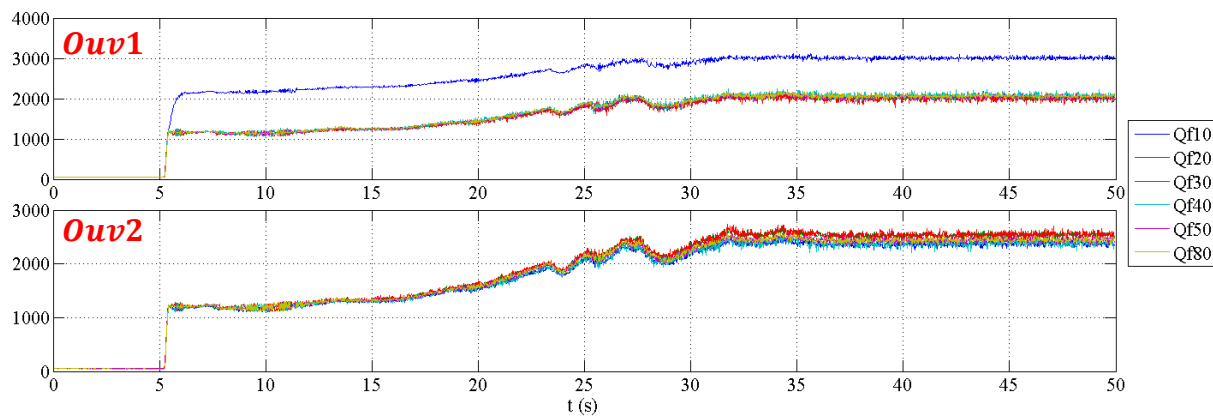


Figure B.14 – Courbes des pressions PSHP (kPa) en fonctionnement avec fuites injectées à  $t = 25s$ .

Comme pour les courbes de débits dosés, nous n'avons pas constaté de temps de montée des pressions en bas régime.

### B.3. Conclusion

A travers l'analyse des relevés d'essais expérimentaux, nous avons constaté des retards par rapport à la consigne ainsi que des chutes de débits de la pompe HP qui sont probablement causés par un mauvais fonctionnement des capteurs de mesures. Les mesures des essais à *Ouv1* et pour un débit de fuite de 10 l/h sont en dehors de la plage attendue pour les consignes données. En effet, la consigne d'ouverture *Ouv1* du robinet de réglage *PSCNA* n'a pas été respectée puisque les mesures des pressions *PSCNA* à  $t = 50s$  ne correspondent pas à la valeur de pré réglage.

L'analyse des mesures de pressions des essais avec fuites injectées à  $t = 0s$  a permis de mettre en évidence un lien entre le temps de montée des pressions *PSHP* en sortie de la pompe HP et le niveau des fuites internes. Ce lien peut être caractérisé par un modèle, présenté dans la section III.3.1.4., permettant de détecter et quantifier le niveau de fuites internes en prenant comme seule entrée le temps de montée des pressions en sortie de la pompe HP pour une température carburant et une pression *PSCNA* données.

## Bibliographie

- [1] Bouveret M., *Manuel de l'hydraulique*, Éd. SOPROGE, nov. 1984.
- [2] Hen A. H., *Fluid Power Troubleshooting*, second edition, revised and expanded, editor Marcel Dekker, Inc.1995.
- [3] Manring N.D., *Hydraulic Control Systems*, Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2005.
- [4] Fitch E. C., Hong I. T., *Hydraulic Component Design and Selection*, BarDyne, 2004.
- [5] Faisandier J., *Mécanismes oléo-hydrauliques*. Dunod, Paris, 1987.
- [6] Jacobsen C. B., *The Centrifugal Pump*, Department Head, Structural and Fluid Mechanics, R&T. GRUNDFOS Research and Technology.
- [7] Gülich J. F., *Centrifugal pumps*, Textstream, 2010.
- [8] Hicks T.G., Edwards T.W., *Pump Application Engineering*, McGraw-Hill, NY, 1971.
- [9] Karassic I.J., Messina J.P., Cooper P., Heald C.C., *Pump Handbook*, Third edition, McGraw-Hill, NY, 2001.
- [10] Herbert E. M., *Hydraulic Control Systems*, Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 1991.
- [11] Zhang R., Alleyne A. G. and Prasetyawan E. A., Performance Limitations of a Class of Two-Stage Electro-Hydraulic Flow Valves, *International Journal of Fluid Power*, Vol. 3, No. 1,2002.
- [12] Schexnayder L. F., Poppet Valve with Force Feedback Control, *U.S. Patent 5 421 545*, Jun. 6, 1995.
- [13] Aardema J. A., Pilot Valve for a Flow Amplifying Poppet Valve, *U.S. Patent 5 645 263*, Jul. 8, 1997.
- [14] Yang X., Paik M. J. and Pfaff J. L., Pilot Operated Control Valve Having a Poppet With Integral Pressure Compensating Mechanism, *U.S. Patent 6 745 992*, Jun. 8, 2004.
- [15] Yang X., Stephenson D. B. and Paik M. J., Hydraulic Poppet Valve with Force Feedback, *U.S. Patent 6 869 060*, Mar. 22, 2005.
- [16] Hayashi S., Instability of Poppet Valve Circuit, *JSME International Journal Series C*, Vol. 38, No. (3), pp. 357-366, 1995.
- [17] Funk J.E., Poppet Valve Stability, *Journal of Basic Engineering*, pp. 207-212, June 1964.
- [18] Hayashi S. and Ohi K., Digital Simulation of Dynamic Behaviors of Poppet Valve Circuit, *2nd Int. Symp. Fluid-Control, Measurement, Mechanics and Visualization*, p. 23. 1988.

- [19] Armstrong-Helouvry B., Dupont P. and Canudas de Wit C., A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction, *Automatica*, 30(7):1083-1138, 1994.
- [20] Stribeck R., Die wesentlichen eigenschaften der gleit- und rollenlager, *Zeitschrift des Vereines Setucher Ingenieure*, 46(36,38) :1342–1348, 1432–1437, 1902.
- [21] Altpeter F., Friction modeling, identification and compensation. *Thèse de doctorat*, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Lausanne, Suisse, 1999.
- [22] Dahl P. R. A solid friction model, *Technical Report TOR-0158 (3107-18)-1*, The Aerospace Corporation, El Segundo, CA, 1968.
- [23] Bliman P.A. and Sorine M., Friction modelling by hysteresis operators: application to dahl, stiction and stribeck effects. In *Proceedings of the Conference 'Models of Hysteresis'*, Trento, Italy, 1991.
- [24] Bliman P.A. and Sorine M., A system-theoretic approach of systems with hysteresis. Application to friction modelling and compensation. In *Proceedings of the 2nd European Control Conference*, Groningen, The Netherlands, 1993.
- [25] Bliman P.A. and Sorine M., Easy-to-use realistic dry friction models for automatic control. In *Proceedings of the 3rd European Control Conference*, Rome, Italy, 1995.
- [26] Rabinowicz E., The nature of the static and kinematic coefficients of friction. *Journal of Applied Physics*, 22(11), 1951.
- [27] Canudas C., Olsson H., Astrom K. J. and Lischinsky P., A New Model for Control of Systems with Friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(3):419–425, March 1995.
- [28] Bonnet A., Luneau J., *Aérodynamique : Théories de la Dynamique des Fluides*, Éditions Cépaduès, 544 p, septembre 1989.
- [29] Munson B. R., Young D. F. and Okiishi T. H., *Fundamentals of Fluid Mechanics*, 3d ed. John Wiley & Sons, New York, 1998.
- [30] Ding S. X., *Model-based fault diagnosis techniques: Design Schemes, Algorithms, and Tools*, Springer, Berlin, 2008.
- [31] Isermann R., *Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance*, Springer, 2006.
- [32] Massoumnia M. A., Verghese G. C., et Willsky A. S., "Failure detection and identification". *IEEE Transaction on Automatic Control*, 34(3), pp. 316 – 321, 1989.
- [33] Park J., Rizzoni G., et Ribbens W. B., "On the representation of sensor faults in fault detection filters". *Automatica*, 30(11), pp. 1793 – 1795, 1994.
- [34] Chen J., Patton R. J., *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*, Springer Science + Business Media, New York, 1999.

- [35] Lavigne L., Cazaurang F., Fadiga L., Goupil P., "New sequential probability ratio test: Validation on A380 flight data". *Control Engineering Practice, International Federation of Automatic Control*, 22C, pp. 1-9, 2013.
- [36] Basseville M., Nikiforov I. V., "Detection of Abrupt Changes: Theory and Application", *Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall*, 1993.
- [37] Kotz S., and Balakrishnan N., "Encyclopedia of statistical sciences", Wiley-Interscience Hoboken (NJ), 2006.
- [38] Basseville M., "On-board component fault detection and isolation using the statistical local approach". *Automatica*, 34(11), pp. 1391–1415, 1998.
- [39] Patton R. J., "Robust model-based fault diagnosis: the state of the art". In *Proceedings of the IFAC SAFEPROCESS*, Espoo, Finland, pp. 1 – 24, 1994.
- [40] Gertler J. J., *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*. New York : Marcel Dekker, 1998.
- [41] De Persis C., Isidori A., "On the design of fault detection filters with game-theoretic-optimal sensitivity", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 12, pp. 729 – 747, 2002.
- [42] Hammouri, H., Kinnaert, M., "A geometric approach to fault detection and isolation for bilinear systems", *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 46(9), pp. 1451 – 1455, 2001.
- [43] Hammouri, H., Kinnaert, M., El Yaagoubi E.H., "Fault detection and isolation for state affine systems", *European Journal of Control*, 4, pp. 2 – 16, 1998.
- [44] Alcorta-Garcia E., Frank P. M., "Fault detection and isolation in nonlinear systems". *5<sup>e</sup> European Control Conference*, numéro F246, Karlsruhe, Allemagne, 1999.
- [45] De Persis C., Isidori A., "On the problem of residual generation for fault detection in nonlinear systems and some related facts". *Proceedings of the European Control Conference*, Karlsruhe, Allemagne, 1999.
- [46] De Persis C., Isidori A., "The Design of Filters for Fault Detection in Nonlinear Systems". *Proceedings of IFAC SAFEPROCESS*, Budapest, Hongrie, June 2000a.
- [47] Join C., *Diagnostic des systèmes non linéaires, Contribution aux méthodes de découplage*. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy, France, novembre 2002.
- [48] Isidori A., *Nonlinear control systems*. Communication and control engineering series. Springer-Verlag, Berlin, New York, 3<sup>e</sup> edition, 1995.
- [49] Fossard A. J., Normand-Cyrot D., *Nonlinear systems*, volume 1 – 3. Chapman & Hall, London, New York, 1995.

- [50] Seliger, R.; Frank, P.M., "Fault-diagnosis by disturbance decoupled nonlinear observers", *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2248 – 2253, vol.3, December 1991.
- [51] Frank P. M., "Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy: A survey and some new results", *Automatica*, vol. 26(3), pp. 459-474, 1990.
- [52] De Persis C., Isidori A., "A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation", *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 46, no. 6, pp. 853–865, Jun. 2001.
- [53] De Persis C., Isidori A., "On the observability codistributions of a nonlinear system", *Syst. Control Lett.*, vol. 40, p. 297304, 2000b.
- [54] Beard R. V., "Failure accommodation in linear systems through self-reorganization" Ph.D. dissertation, Dept. Aeronautics Astronautics, Massachusetts Inst. Technol., Cambridge, Feb. 1971.
- [55] White J. E. and Speyer J. L., "Detection filter design: Spectral theory and algorithm", *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 32, no. 7, pp. 593–603, Jul. 1987.
- [56] Massoumnia M. A., "A geometric approach to the synthesis of failure detection filters", *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 31, no. 9, pp. 839–846, Sep. 1986.
- [57] Boskovic J. D., Li S.-M., and Mehra R. K., "Intelligent spacecraft control using multiple models, switching, and tuning", in *Proc. IEEE Int. Symp. Intel. Control/Intel. Syst. Semiotics*, pp. 84–89, 1999a.
- [58] Boskovic J. D., Li S.-M., and Mehra R. K. "Intelligent control of spacecraft in the presence of actuator failures", in *Proc. 38th IEEE Conf. Dec. Control*, pp. 4472–4477, 1999b.
- [59] Boskovic J. D., Li S.-M., and Mehra R. K., "On-line failure detection and identification (FDI) and adaptive reconfigurable control (ARC) in aerospace applications", in *Proc. Amer. Control Conf.*, pp. 2625–2626, 2001.
- [60] Rajamani R., "Observers for Lipschitz nonlinear systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43, pp. 397–401, March 1998.
- [61] Raghavan S. and Hedrick J. K., "Observer design for a class of nonlinear systems", *International Journal of Control*, 59(2) : 515–528, 1994.
- [62] Pertew A.M., Marquez H.J., and Zhao Q., "LMI-based sensor fault diagnosis for nonlinear lipschitz systems". *Automatica*, 43 : 1464–1469, 2007.
- [63] Balas G., Bokor J., and Szabo Z., "Failure detection for LPV systems - a geometric approach". In *Proceedings of the American Control Conference*, 2002.
- [64] Schoukens J., and Pinleton R., "Identification of Linear Systems", *Pergamon Press*, chap. 1, pp. 1-30, U. K., 1991.

- [65] Landau I. D., *Identification et Commande des Systèmes*. Hermes, 2ème édition, chap. 5, pp. 261-314, France, 1993.
- [66] Gustafsson F., *Adaptive Filtering and Change Detection*, Wiley, London, 2001.
- [67] Ljung L., "System Identification: Theory for the User (2nd Edition)", *Englewood Cliffs NJ: Prentice-Hall*, 1998.
- [68] Fliess M and Sira-Ramirez H., "An algebraic framework for linear identification", *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations*, 9, pp 151-168, August 2003.
- [69] Diop, S. and Fliess M., "On nonlinear observability", In *Proceedings of 1st European Control Conference*, pp. 152-157, Hermès, 1991a.
- [70] Diop, S. and Fliess M., "Nonlinear observability, identifiability and persistent trajectories", In *Proceedings of 36th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 714-719, 1991b.
- [71] Join C., Control of an uncertain three-tank system via on-line parameter identification and fault detection, 2005
- [72] Patton, R. and Chen, J., "A review of parity space approaches to fault diagnosis", in *Proceedings of SAFEPROCESS'91*, (Baden Baden - Germany), pp. 239-255, IFAC-IMACS, 1991.
- [73] Potter, J. E. and Suman M. C., "Thresholdless redundancy management with arrays of skewed instruments". In *Proceeding of the AGARDOGRAPH on Integrity in Electronic Flight Control Systems*, Volume 15, Neuilly-sur-Seine, France, pp. 1–17, 1977.
- [74] Chow, E. Y. and Willsky A., "Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems". *IEEE Transactions on Automatic Control* 29 (7), pp. 603–614, 1984.
- [75] Lou, X. C., Willsky A. S., and Verghese G. C., "Optimally robust redundancy equations for failure detection in uncertain systems". *Automatica* 22 (3), pp. 333–344, 1986.
- [76] Höfling, T. and Pfeufer, T., "Detection of Additive and Multiplicative Faults – Parity Space vs. Parameter Estimation". In *IFAC SAFEPROCESS'94*, 2, 539-544. Espoo, Finland, 1994.
- [77] Isermann, R., "Integration of Fault Detection and Diagnosis Methods". In *IFAC SAFEPROCESS'94*, 2, 597-612.- Espoo, Finland, 1994.
- [78] Medvedev A., "Parity space method: A continuous time approach", *Proceedings of the American Control Conference, Baltimore*, Vol. 1, pp. 662-665, 1994.
- [79] Shumsky A., "Fault diagnosis with continuous-time parity equations", In *Fault Diagnosis in Robotic and Industrial Systems* (chapter 8), Gerasimos Rigatos ed., ISBN 978-1461098744, iConceptPress, 2011.

- [80] Leuschen, M. L., Walker, I. D., and Cavallaro, J. R., "Fault Residual Generation via Nonlinear Analytical Redundancy". *IEEE transactions on Control Systems Technology*, vol. 3(3), 452-458, 2002.
- [81] Comtet-Varga G., *Surveillance des Systèmes Non Linéaires : Application aux Machines Asynchrones*. Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille 1, France, décembre 1997.
- [82] Hedrick J. K., and Girard A., "Controllability and observability of Nonlinear Systems", *Control of nonlinear dynamic systems: Theory and applications*, 2005.
- [83] Luenberger D. G., "An Introduction to Observers", *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-16:6, 596-602, December 1971.
- [84] Jones H. L., *Failure Detection in Linear Systems*, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, USA, 1973.
- [85] Alcorta-Garcia E., Frank P. M., "Deterministic nonlinear observer-based approaches to fault diagnosis: a survey", *Control Engineering Practice* 5 (5), 663-670, 1997.
- [86] Nijmeijer H., Van der Schaft A., *Nonlinear Dynamical Control Systems*, Springer Science & Business Media, 1990.
- [87] Gauthier J. P., Hammouri H., Othman S., "A simple observer for nonlinear systems Applications to bioreactors", *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 37, No. 6. pp. 875-880, 1992.
- [88] Bornard G., Hammouri H., "A high gain observer for a class of uniformly observable systems", *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1494-1496, 1991.
- [89] Kaboré P., *Contribution à la détection et à l'Isolation de Pannes dans les systèmes Non Linéaires*. Thèse de doctorat. Université Claude Bernard, Lyon I, France, 1992.
- [90] Lootsma T., *Observer-Based Fault Detection and Isolation For Nonlinear Systems*. PhD thesis, Aalborg University, Denmark, 2001.
- [91] Fillipov A. F., "Differential equations with discontinuous right-hand side", *American Mathematic Society Transactions* 62, pp. 199-231, 1960.
- [92] Utkin V. I., "Variable structure systems with sliding modes", *IEEE Transactions on Automatic Control* 22(2), pp. 212-222, 1977.
- [93] Slotine J. J. E., Hedrick J. K., Misawa E.A., "Nonlinear state estimation using sliding observers", *25th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 332-339, 1986
- [94] Canudas de Wit C. and Slotine J. J. E., "Sliding observers for robot manipulators", *Automatica* 27(5), pp. 859-864, 1991.
- [95] Perruquetti W., Barbot J-P., *Sliding Mode Control In Engineering*, Automation and Control Engineering (Book 11), MARCEL DEKKER, INC., New York, Basel, 2002.

- [96] Djemai M., Barbot J-P., Bethoux O., "On the problem of fault detection and residual generation", *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 4335-4340, 2000.
- [97] Frank P. M., "Fault Diagnosis in Dynamic Systems via State Estimation: A Survey", *In : System Fault Diagnostics, Reliability and Related Knowledge-Based Approaches*, ed. by Tzafestas (S.), Singh (M.) et Schmidt (G.), vol. 1, part 1, pp. 35-98.- D. Reidel Publishing Company, 1986.
- [98] Frank P. M., "Evaluation of Analytical Redundancy for Fault Diagnosis in Dynamic Systems", *IFAC AIPAC'89*, vol. 1, pp. 7-18., Nancy, France, 1989a.
- [99] Frank P. M. and Wünnenberg J., "Robust Fault Diagnosis Using Unknown Input Observer Schemes", *In : Fault Diagnosis in Dynamic Systems : Theory and Applications*, ed. Patton (R.), Frank (P. M.) et Clark (R.), chap. 3, pp. 47-88.- Prentice Hall International Ltd., 1989b.
- [100] Simon D., *Optimal State Estimation: Kalman,  $H_\infty$ , and Nonlinear Approaches*, A John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2006.
- [101] Charlet B., Levine J., Marino R., "Sufficient conditions for dynamic state feedback linearization", *SIAM J. Control and Optimization* 29, pp. 38–57, 1991.
- [102] Fliess M., Levine J., Martin P., Rouchon P., "Flatness and defect of non-linear systems: introduction theory and examples", *Int. Journal of Control* 61 (6), pp. 1327–1361, 1995.
- [103] Martin P., *Contribution à l'étude des systèmes différentiellement plats*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, France, 1992.
- [104] Lévine J., *Analysis and Control of Nonlinear Systems : A Flatness-based Approach*, Springer, 2009.
- [105] Mai P., Join C. and Reger J., "An example of flatness based fault tolerant control using algebraic derivative estimation", in *IAR Workshop, Nancy*, 2006.
- [106] Mai P., Join C. and Reger J., "Flatness-based Fault Tolerant Control of a nonlinear MIMO system using algebraic derivative estimation", *3rd IFAC Symposium on System, Structure and Control, Foz do Iguassu, Brazil*, 2007.
- [107] Fliess M., Join C., Mboup M. and Sira-Ramírez H., "Compression différentielle de transitoires bruités", *Comptes Rendus Mathématique*, 339(11), pages. 821–826, 2004.
- [108] Fliess M., Join C., Mboup M. and Sira-Ramírez H., "Analyse et représentation de signaux transitoires: application à la compression, au débruitage et à la détection de ruptures", *Actes 20e Coll. GRETSI*, Louvain-la-Neuve, France, *disponible sur <http://hal.inria.fr/inria-00001115>*, 2005.
- [109] Mboup M., Join C., Fliess M., "A revised look at numerical differentiation with an application to nonlinear feedback control", *IEEE Mediterranean Conference on Control & Automation*, Athens, Greece, pp. 1–6, 2007.



- [110] Nan Z., Antoine D., Andrei D. and Felixo M.-C., "A differential flatness approach for rotorcraft fault detection", *27th IEEE Chinese Control Conference*, Kunming, China, pp. 237–241, 2008.
- [111] Suryawan F., De Dona J. and Seron M., "Fault detection, isolation, and recovery using spline tools and differential flatness with application to a magnetic levitation system", *IEEE Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol)*, Nice, France, pp. 293–298, 2010.
- [112] Zhang N., Doncescu A., Ramos A. C. B. and Mora-Camino F., "Fault Detection for Difference Flat Systems", in *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists*, volume 2, Hong Kong, 2012.
- [113] Barbot J.-P., Fliess M., Floquet T., "An algebraic framework for the design of nonlinear observers with unknown inputs", *46th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 384-389, 2007.
- [114] Fliess M., Join C. and Sira-Ramírez H., "Non-linear estimation is easy", *Int. J. Modelling Identification and Control* 4(1), pp. 12-27, 2008.
- [115] Christophe C., *Surveillance des systèmes non linéaires, Application aux machines électriques*. Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, France, novembre 2001.
- [116] Levant A., "Higher order sliding modes and arbitrary-order exact robust differentiation", *Proceedings of the European Control Conference*, pp. 996-1001, 2001.
- [117] Levant A., "Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control", *International Journal of Control*, 76(9/10), pp. 924-941, 2003.
- [118] Levant, A., "Exact Differentiation of Signals with Unbounded Higher Derivatives". *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 5585-5590, San-Diego, California, 2006.